

DUALITÄT IN DER ELEMENTAREN GEOMETRIE

Vortrag zum Tag der Mathematik 2012

Holger Stephan, Berlin*

Weierstraß–Institut für Angewandte Analysis und Stochastik

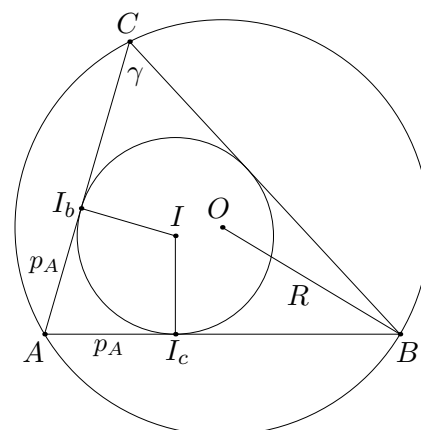
Dualität ist eines der fruchtbarsten Prinzipien in der Mathematik. Einfach gesagt, bedeutet Dualität, daß es zu jedem Ding eine zweite Seite gibt oder daß sich jeder Sachverhalt von zwei verschiedenen Seiten aus betrachten läßt. Das hat viele Vorteile: Meist sind beide Seiten verschieden schwer. Man kann sich dann die leichtere zur Lösung auswählen. Hat man eine interessante Eigenschaft eines Objektes gefunden, ist seine duale Eigenschaft oft auch interessant. In der elementaren oder euklidischen Geometrie sind – im Gegensatz zur projektiven Geometrie – Dualitätsprinzipien oft nicht einfach zu finden. Im Vortrag wird auf verschiedene duale Objekte eingegangen. Unter anderem auf die Dualität zweier Größen, deren Produkt der Flächeninhalt eines Dreiecks ist.

Außerdem geht es um die Dualität zwischen In- und Umkreis im Dreieck und die Dualität zwischen Sehnen- und Tangentenvierecken.

Ein Verständnis dieser Dualität macht die Konstruktion eines solchen vierten Punktes auf dem Umkreis eines Dreiecks, daß dieser Punkt zusammen mit den drei Eckpunkten des Dreiecks ein Sehnentangentenviereck bildet, beinahe zu einer Trivialität. Das war immerhin mal eine IMO-Aufgabe.

Zur Vorbereitung auf den Vortrag, kann man schon mal versuchen, ein Dreieck zu konstruieren, wenn folgende drei Größen gegeben sind (siehe nebenstehende Skizze):

- 1) Der Winkel γ am Eckpunkt C .
- 2) Der Umkreisradius R .
- 3) Der Abstand p_A zwischen Eckpunkt A und dem Punkt I_b , bei dem der Inkreis des Dreiecks die \overline{AC} berührt.



*e-mail: stephan@wias-berlin.de URL: <http://www.wias-berlin.de/stephan/msg.htm>