Mathematisches Institut
Universität Leipzig
Sommersemester 2008

Prof. Dr. WOLFGANG KÖNIG

Wahrscheinlichkeitstheorie I: Übungsblatt 4

Abgabe am 6. bis 8. Mai 2008

AUFGABE 4.1 (3 Punkte) — Die Anzahl der Eier, die ein Insekt legt, sei Poisson-verteilt zum Parameter $\alpha > 0$. Aus jedem der sich unabhängig entwickelnden Eier schlüpft mit Wahrscheinlichkeit p eine Larve. Berechnen Sie die Verteilung der Anzahl der Larven.

AUFGABE 4.2 (3 Punkte) — Es seien X und Y unabhängige, zum Parameter $p \in [0, 1]$ geometrisch auf $\mathbb{N}_0$ verteilte Zufallsgrößen. Bestimmen Sie die Verteilung der Zufallsgröße $Z = \max\{X, Y\}$ und die gemeinsame Verteilung von Z und X.

AUFGABE 4.3 (3 Punkte) — Wir betrachten den Julklapp aus Aufgabe 2.5. Es sei X_n die Anzahl der Kinder, die ihr eigenes Geschenk erhalten. Bestimmen Sie die Verteilung von X_n.

AUFGABE 4.4 (3 Punkte) — Wie wir in Bemerkung 2.2.5(d) sahen, sind bei zweimaligem Würfeln die Ereignisse 'Augensumme ist 7' und 'erster Würfel zeigt 6' unabhängig. Sind auch die beiden Zufallsgrößen, die die Augensumme bzw. das Ergebnis des ersten Würfels angeben, unabhängig?

AUFGABE 4.5 (4 Punkte) — (NEGATIVE BINOMIALVERTEILUNG.) Wir betrachten ein wiederholt unabhängig ausgeführtes Experiment, bei dem man mit Wahrscheinlichkeit $p \in (0, 1)$ Erfolg hat und sonst Misserfolg. Sei T_r die Wartezeit auf den r-ten Erfolg. Zeigen Sie für jedes $r \in \mathbb{N}$, dass die Verteilung von $T_r - r$ gegeben ist durch die negative Binomialverteilung

$$\overline{\mathrm{Bi}}_{r,p}(k) = \binom{-r}{k} p^r (p-1)^k, \qquad k \in \mathbb{N}_0,$$

wobei der Binomialkoeffizient gegeben ist als

$$\binom{-r}{k} = \frac{1}{k!}(-r)(-r-1)(-r-2) \cdot \dots \cdot (-r-k+1).$$