

## Analysis A: Übungsblatt 3

Abgabe in den Übungen vom 2. bis 8. November 2006

AUFGABE 3.1 (4 Punkte) — Ermitteln Sie den Real- und den Imaginärteil der Zahl  $z = (1 + i)^8$ .

AUFGABE 3.2 (4 Punkte) — Bestimmen Sie jeweils für die Gleichungen

$$(i) \quad z^2 - \sqrt{2}z = i - \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad (ii) \quad z^8 = 1$$

alle komplexen Lösungen  $z$  in der Form  $z = a + ib$ .

AUFGABE 3.3 (4 Punkte) — Sei  $r \in (0, \infty)$ . Wir betrachten die Abbildung  $f: \mathbb{C} \setminus \{-r\} \rightarrow \mathbb{C}$ , definiert durch  $f(z) = \frac{z-r}{z+r}$ .

- (i) Zeigen Sie, dass  $f$  die Kreislinie  $\{z \in \mathbb{C}: |z| = r\}$  auf die imaginäre Achse abbildet (insbesondere also auch, dass jeder Punkt der imaginären Achse im Bild von  $f$  vorkommt).
- (ii) Folgern Sie aus (i) den *Satz des Thales*: Ein Dreieck ist rechtwinklig, wenn sich auf seinem Umkreis zwei seiner Ecken gegenüber liegen.

AUFGABE 3.4 (4 Punkte) — Ermitteln Sie die folgenden Mengen, und fertigen Sie eine Skizze an.

$$(i) \quad \{z \in \mathbb{C}: |z| + \operatorname{Re}(z) \leq 1\} \quad \text{und} \quad (ii) \quad \{z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}: \operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = 1\}.$$