Mathematisches Institut
Universität Leipzig
Sommersemester 2008

Prof. Dr. WOLFGANG KÖNIG

Wahrscheinlichkeitstheorie I: Übungsblatt 2

Abgabe am 22. bis 24. April 2008

AUFGABE 2.1 (4 Punkte) — Beweisen Sie die folgenden Identitäten für jedes $n \in \mathbb{N}_0$:

(i) $\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}$ für jedes $k \in \{1, \dots, n\}$.

(ii) $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$ (*Binomischer Lehrsatz*).

(iii) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$.

(iv) $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$.

Geben Sie bei allen folgenden Aussagen explizit den benutzten Wahrscheinlichkeitsraum an.

AUFGABE 2.2 (2 Punkte)— Was ist wahrscheinlicher: Bei vier Würfen mit einem Würfel mindestens einmal eine Sechs oder bei 24 Würfen mit zwei Würfeln mindestens einmal eine Doppelsechs zu werfen?

AUFGABE 2.3 (3 Punkte) — Die acht Ecken eines Würfels sind gleichmäßig abgeschliffen worden, so dass der Würfel auch auf jeder dieser Ecken liegen bleiben kann. Allerdings ist die Wahrscheinlichkeit jeder Ecke nur 1/4 so groß wie die jeder Seite. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine Sechs zu werfen?

AUFGABE 2.4 (3 Punkte) — Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim Zahlenlotto '6 aus 49' für genau sechs Richtige? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mindestens vier Richtige zu tippen?

AUFGABE 2.5 (4 Punkte) — Zum Julklapp bringen n Kinder je ein Geschenk mit. Die n Geschenke werden gesammelt, gemischt und wieder ausgegeben (völlig zufällig), so dass jedes Kind genau ein Geschenk hat. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass kein Kind das von ihm mitgebrachte Geschenk erhalten hat? Wie verhält sich diese Wahrscheinlichkeit für $n \to \infty$?