

Analysis A: Übungsblatt 11

Abgabe in den Übungen vom 11. bis 17. Januar 2007

AUFGABE 11.1 (3 Punkte) — Wir erweitern den natürlichen Logarithmus auf $[0, +\infty]$, indem wir setzen:

$$\text{Log}(x) = \begin{cases} \log x & \text{für } x \in (0, \infty), \\ +\infty & \text{für } x = +\infty, \\ -\infty & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass $\text{Log}: [0, +\infty] \rightarrow \mathbb{R} \cup \{-\infty, +\infty\}$ stetig ist.

AUFGABE 11.2 (2 Punkte) —

(i) Zeigen Sie, dass $(1 + e^{-x})^{-1/2} = 2^{-1/2}(1 + \frac{x}{4} + o(x))$ für $x \rightarrow 0$.

(ii) Zeigen Sie, dass $\sqrt{x} = \frac{1}{2} + \frac{x}{2} + o(x-1)$ für $x \rightarrow 1$.

AUFGABE 11.3 (2 Punkte) — Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} n(\frac{x}{n} - \sin \frac{x}{n})$ auf jedem beschränkten Teilintervall von \mathbb{R} gleichmäßig konvergiert.

AUFGABE 11.4 (3 Punkte) — Ordnen Sie die Folgen

$$a_n = \binom{2n}{n}, \quad b_n = n!, \quad c_n = \left(\sum_{k=n}^{\infty} \frac{1}{k^2} \right)^{-1}$$

so gut wie möglich ein in die Hierarchie

$$1 \ll \log \log n \ll \log n \ll n^\alpha \ll e^{\gamma n} \ll e^{n^2} \ll e^{e^n}$$

(wobei $\alpha, \gamma > 0$).

AUFGABE 11.5 (3 Punkte) — Prüfen Sie die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - 1 - x}{x^2} & \text{für } x \neq 0, \\ \frac{1}{2} & \text{für } x = 0, \end{cases}$$

auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit.

AUFGABE 11.6 (3 Punkte) — Untersuchen Sie die Funktionen f_1 und $f_2: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch

$$f_1(x) = x \sin \frac{1}{x}, \quad f_2(x) = x^2 \sin \frac{1}{x} \quad \text{für } x \neq 0$$

und jeweils geeignet in $x = 0$ definiert, jeweils auf Stetigkeit und Differenzierbarkeit und gegebenenfalls die Ableitung auf Stetigkeit.

-
- **Beachten Sie die organisatorischen Hinweise auf der Rückseite!**

Hinweise zur Klausur am 27. Januar 2007

- Es gelten die selben Regelungen, Orte, Zeiten und Bedingungen wie bei der Klausur am 25. November 2006. Der Stoff der Klausur am 27. Januar umfasst den Stoff der Übungsblätter 6 bis einschließlich 12 und natürlich den entsprechenden Teil des Skriptes.

Dritte Klausur

- Die dritte Klausur wird am **Samstag, dem 14. April 2007**, stattfinden, und zwar wieder **ab 8:30 Uhr**, und die Klausur ist auf 90 Minuten konzipiert. Der Stoff dieser Klausur ist der gesamte Stoff der Vorlesung (und aller seiner Aufgabenblätter) des Wintersemesters. (Diese Klausur gilt für Lehramtstudent(inn)en, die nach den neuen Modulstruktur studieren, als die Modulklausur.) Die Bedingungen sind die gleichen wie bei den beiden anderen Klausuren, insbesondere ist wieder ein einseitig mit eigener Handschrift beschriebenes Blatt in DIN A4 mit beliebigem Inhalt zugelassen. Die Räume sind diesmal der **Große Hörsaal** und der **Hörsaal Süd** in der **Jahnalle 59**, Nähe Am Sportforum. Diesmal schreiben sämtliche Student(inn)en, deren Nachname mit einem Buchstaben zwischen A und P beginnt, im Großen Hörsaal, die anderen im Hörsaal Süd.