Mathematisches Institut
Universität Leipzig
Sommersemester 2005

Prof. Dr. WOLFGANG KÖNIG
Dr. WOLFGANG QUAPP
Dipl.-Math. SVEN HOFMANN

Wahrscheinlichkeitstheorie I: Übungsblatt 4

Abgabe am 6. Mai 2005

AUFGABE 4.1 (4 Punkte) — Die Anzahl der Eier, die ein Insekt legt, sei Poisson-verteilt zum Parameter $\alpha > 0$. Aus jedem der sich unabhängig entwickelnden Eier schlüpft mit Wahrscheinlichkeit p eine Larve. Berechnen Sie die Verteilung der Anzahl der Larven.

AUFGABE 4.2 (3 Punkte) — Es seien X und Y unabhängige, zum Parameter $p \in [0, 1]$ geometrisch auf $\mathbb{N}_0$ verteilte Zufallsgrößen. Bestimmen Sie die Verteilung der Zufallsgröße $Z = \max\{X, Y\}$.

AUFGABE 4.3 (3 Punkte) — Wir betrachten den Julklapp aus Aufgabe 2.5. Es sei X_n die Anzahl der Kinder, die ihr eigenes Geschenk erhalten. Bestimmen Sie die Verteilung von X_n.

AUFGABE 4.4 (Konvergenz der hypergeometrischen Verteilung gegen die Poissonverteilung.) (4 Punkte) — Zeigen Sie, dass für alle $\alpha > 0$ gilt

$$\lim_{\substack{n,S,W\to\infty \\ \frac{nS}{S+W}\to\alpha}} \mathrm{Hyp}_{n,S,W}(k) = \mathrm{Po}_\alpha(k), \qquad k \in \mathbb{N}_0.$$

Hinweis: Sie dürfen benutzen, dass für jede Folge $\alpha_n \to \alpha$ gilt: $\lim_{n\to\infty}(1 - \frac{\alpha_n}{n})^n = \mathrm{e}^{-\alpha}$.

AUFGABE 4.5 (2 Punkte) — Wie wir in Bemerkung 2.2.5(d) sahen, sind bei zweimaligem Würfeln die Ereignisse ‘Augensumme ist 7’ und ‘erster Würfel zeigt 6’ unabhängig. Sind auch die beiden Zufallsgrößen, die die Augensumme bzw. das Ergebnis des ersten Würfels angeben, unabhängig?