Mathematisches Institut
Universität Leipzig
Sommersemester 2005

Prof. Dr. WOLFGANG KÖNIG
Dr. WOLFGANG QUAPP
Dipl.-Math. SVEN HOFMANN

Wahrscheinlichkeitstheorie I: Übungsblatt 2

Abgabe am 21./22. April 2005

AUFGABE 2.1 (4 Punkte) — Beweisen Sie die folgenden Identitäten:

(i) $\binom{n}{k} + \binom{n}{k-1} = \binom{n+1}{k}$.

(ii) $(x+y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^k y^{n-k}$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ (Binomischer Lehrsatz).

(iii) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$.

(iv) $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0$.

Geben Sie bei allen folgenden Aussagen explizit den benutzten Wahrscheinlichkeitsraum an.

AUFGABE 2.2 (2 Punkte)— Was ist wahrscheinlicher: Bei vier Würfen mit einem Würfel mindestens einmal eine Sechs oder bei 24 Würfen mit zwei Würfeln mindestens einmal eine Doppelsechs zu werfen?

AUFGABE 2.3 (3 Punkte) — Die sechs Ecken eines Würfels sind gleichmäßig abgeschliffen worden, so dass der Würfel auch auf jeder diese Ecken liegen bleiben kann. Allerdings ist die Wahrscheinlichkeit jeder Ecke nur 1/4 so groß wie die jeder Seite. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, eine 6 zu werfen?

AUFGABE 2.4 (3 Punkte) — Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit beim Zahlenlotto '6 aus 49' für genau sechs Richtige? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mindestens vier Richtige zu tippen?

AUFGABE 2.5 (4 Punkte) — Zum Julklapp bringen n Kinder je ein Geschenk mit. Die n Geschenke werden gesammelt, gemischt und wieder ausgegeben (völlig zufällig), so dass jedes Kind genau ein Geschenk hat. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass kein Kind das von ihm mitgebrachte Geschenk erhalten hat? Wie verhält sich diese Wahrscheinlichkeit für $n \to \infty$?

LITERATUR — Im Folgenden finden Sie eine Auswahl an Literatur zum Stoff der ersten zwei Drittel der Vorlesung:

H. BAUER, *Wahrscheinlichkeitstheorie*, Walter de Gruyter, Berlin – New York, 2002.

K. L. CHUNG, *Elementare Wahrscheinlichkeitstheorie und Stochastische Prozesse*, Springer, Berlin, 1978.

W. FELLER, *An Introduction to Probability Theory and its Applications*, Vol. I, 3rd ed. Wiley, New York, 1968.

H.-O. GEORGII, *Stochastik. Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*, Walter de Gruyter, Berlin – New York, 2002.

U. KRENGEL, *Einführung in die Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik*, Vieweg, Braunschweig, 2002.

K. SCHÜRGER, *Wahrscheinlichkeitstheorie*, Oldenbourg, München,1998.

D. STIRZAKER, *Elementary Probability*, Cambridge University Press, Cambridge, 1994.