FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 26.10.2006

# Übungsaufgaben zur Vorlesung
# Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen

## Serie 02

abzugeben vor der Vorlesung am 02.11.2006

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Aufgabe :
   Man erläutere detailliert den letzten Schluss des Beweises von Satz 1.6:
   "Also ist $Q$ eine offene Menge. … Da $\Omega$ zusammenhängend ist, stimmen $\Omega$ und $Q$ überein."

2. Aufgabe :
   Man zeige durch Einsetzen, dass der Ansatz
   $$u(x,t) = u_0(x-t) + \int_0^t f(x-t+s,s)\,\mathrm{d}s$$
   die inhomogene Transportgleichung löst.

3. Aufgabe :
   Man zeige, dass die Laplace Gleichung $\Delta u = 0$ invariant unter Rotation ist. Das heißt, für eine orthogonale Matrix $A \in \mathbb{R}^{d\times d}$ und $u \in C^2(\mathbb{R}^d)$ gilt für $v(x) := u(Ax)$
   $$\Delta_x u = 0 \qquad \Longleftrightarrow \qquad \Delta_x v = 0.$$
   (Im Laplace–Operator sind jeweils die Ableitungen nach $x$ zu bilden.)