FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 11.12.2008

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Theorie und Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:

- wurden in der Vorlesung am 22.10.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung
  `http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre1.html`
  abrufbar

Serie 09

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 07.01.2009

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Gewöhnliche Differentialgleichungen höherer Ordnung

1. Man finde die allgemeinen Lösungen von

$$\begin{array}{lrcl} a) & y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) & = & 1/(e^{-x} + e^{-2x}), \\ b) & y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) & = & e^{-3x}/(1+x), \\ c) & y''(x) + 4y(x) & = & e^{2x}\sin(x) + \cos(2x), \\ d) & y''(x) + 2y'(x) + 10y(x) & = & 20x^3 + 17x^2 + 14x - 9. \end{array}$$

   Hinweis : In den Aufgaben c) und d) führen Störgliedansätze zu einer Lösung der inhomogenen Gleichung. **4 Punkte**

2. Die Funktionen x^3 und x^4 seien linear unabhängige Lösungen einer homogenen linearen Differentialgleichung 2. Ordnung. Man gebe eine Gleichung an, für die dies zutrifft ! **4 Punkte**

3. Man zeige : Die homogene lineare Dgl. n–ter Ordnung kann vermittels des Ansatzes $g(x)y_0(x)$, wobei $y_0(x)$ Lösung der homogenen Differentialgleichung ist, um eine Ordnung erniedrigt werden.
   Hinweis: Wähle $g(x)$ so, dass $g(x)y_0(x)$ eine andere Lösung des homogenen Systems ist. **4 Punkte**

4. Man löse mit der Vorgehensweise von Aufgabe 3 die Differentialgleichung

$$y''(x) + (1 + x^2)y'(x) + x^2 y(x) = 0 \ .$$

Hinweis : $y_0 = exp(-x)$; es reicht, die Lösung in Integralform stehen anzugeben.

4 Punkte

Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !