



Saarbrücken, 19.11.2008

## Übungsaufgaben zur Vorlesung Theorie und Numerik gewöhnlicher Differentialgleichungen

**Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:**

- wurden in der Vorlesung am 22.10.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung  
<http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre1.html>  
abrufbar

### Serie 06

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 03.12.2008

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

### Integrierbare Typen gewöhnlicher Differentialgleichungen

1. Man bestimme die allgemeinen Integrale der Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & x^2 y'(x) = x^2 y(x)^2 + xy(x) + 1, \\ \text{b)} \quad & 4y'(x) + y(x)^2 + 4x^{-2} = 0, \end{aligned}$$

die eine partikuläre Lösung der Form  $y_1(x) = \frac{a}{x}$  besitzen. **4 Punkte**

2. Man bestimme die allgemeine Lösung folgender Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{xdx + ydy}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{xdy - ydx}{x^2} = 0, \\ \text{b)} \quad & (x^2 + y)dx - xdy = 0, \\ \text{c)} \quad & (x^2 + y^2)(xdy - ydx) = (a + x)x^4 dx. \end{aligned}$$

Hinweis: Integrierende Faktoren der Gestalt  $\lambda(x)$  helfen weiter. **4 Punkte**

3. Man bestimme die allgemeine Lösung folgender Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (x^2 + x^2y + 2xy - y^2 - y^3)dx = -(y^2 + xy^2 + 2xy - x^2 - x^3)dy, \\ \text{b)} \quad & xy^2 dx + (x^2y - x)dy = 0, \\ \text{c)} \quad & \frac{y}{x} dx + (y^3 - \ln x)dy = 0. \end{aligned}$$

Hinweis: Integrierende Faktoren der Gestalt  $\lambda(z)$  mit  $z \in \{y, xy, x^2 + y^2\}$  helfen weiter. Die Reihenfolge der Ansätze hat nichts mit der Reihenfolge der Aufgaben zu tun. **4 Punkte**

4. Man finde eine notwendige und überprüfbare Bedingung dafür, daß für eine Exakte Differentialgleichung ein integrierender Faktor der Gestalt  $\lambda(xy) = \lambda(z)$  existiert. **4 Punkte**

**Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !**