FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 19.06.2008

Theoretische Übungsaufgaben zur Vorlesung Praktische Mathematik

Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:

- wurden in der Vorlesung am 16.04.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung
  `http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre_2.html`
  abrufbar

Serie 10

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 09.07.2008

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Sei $p_n(x)$ ein Polynom n-ten Grades. Dieses kann man mittels Polynomdivision eindeutig in
$$p_n(x) = b_0 + (x - z)p_{n-1}(x)$$
mit $z \in \mathbb{R}$ zerlegen. Man zeige, dass
$$p_{n-1}(x) = b_1 + b_2 x + \cdots + b_n x^{n-1}$$
ist, wobei $b_0, \ldots, b_n$ die Koeffizienten des Horner–Schemas für $p_n(z)$ sind. **4 Punkte**

2. Man zeige
$$\frac{\omega_{n+1}(x)}{(x - x_i)\omega'_{n+1}(x_i)} = \prod_{j=0, j\neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j},$$
wobei $\omega_{n+1}(x)$ das Knotenpolynom
$$\omega_{n+1}(x) = \prod_{j=0}^{n} (x - x_j)$$
ist. **4 Punkte**

3. Gegeben sind die drei Punkte $(-2,3)$, $(-1,10)$ und $(1,5)$. Man berechne das Interpolationspolynom 2. Grades durch diese Punkte. **4 Punkte**

4. Polynominterpolation in zwei Dimensionen. Es seien die Stützstellen $(-1,0)$, $(0,-1)$, $(1,0)$ und $(0,1)$ und zugehörige Stützwerte $y_0,\ldots,y_3$ gegeben. Gesucht ist ein Interpolationspolynom der Gestalt

$$a_3xy + a_2x + a_1y + a_0$$

durch die Stützstellen. Man zeige, dass dieses Polynom nicht eindeutig bestimmt ist. **4 Punkte**