FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 05.06.2008

Theoretische Übungsaufgaben zur Vorlesung Praktische Mathematik

Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:

- wurden in der Vorlesung am 16.04.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung
  `http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre_2.html`
  abrufbar

Serie 07

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 18.06.2008

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man nehme an, dass ein physikalisches Problem dem linearen Gesetz

$$f(t) = at + b, \quad a, b \in \mathbb{R},$$

gehorcht. Nun führt man eine Messreihe durch und erhält die Daten

t	1	2	3	4	5	7	10	15	20	30
$f(t)$	5	6.9	9.1	11.2	13.3	16.8	22.8	34	43	62.5

Man berechne die Least–Squares–Lösung dieses Problems.
Hinweis: Normalgleichungen. **4 Punkte**

2. Man berechne die Least–Squares–Lösung von

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 3 \\ 1 & 4 \\ 1 & 7 \end{pmatrix} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$$

mit dem QR–Verfahren mit Householder–Spiegelungen. **4 Punkte**

3. Sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Für $m > n$, m, n groß, ist die Anzahl der Flops bei der QR–Zerlegung von A mit Householder–Spiegelungen im wesentlichen

$$4 \sum_{k=1}^{n} (m - k + 1)(n - k).$$

Man berechne diese Summe und ordne die Terme nach Potenzen von n.
4 Punkte

4. Eine Matrix $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ welche nur im oberen Dreieck sowie in der ersten unteren Diagonalen von Null verschiedene Einträge besitzt wird (obere) Hessenberg–Matrix genannt. Diese Matrizen kann man mit Givens–Drehungen effizient auf Dreiecksform bringen.

   Man bringe die obere Hessenberg–Matrix

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 7 \\ 4 & 2 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 6 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

   mittels Givens–Drehungen auf Dreiecksgestalt (Taschenrechnergenauigkeit).
4 Punkte