FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 28.06.2007

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematische Optimierung

Serie 11

abzugeben vor der Vorlesung am 11.07.2007

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Aufgabe :
   Man beweise Lemma 3.14. (Monotonieaussage für Differenzenquotienten)

2. Aufgabe :
   Man zeige, dass die l^p–Norm, $p \in [1, \infty]$, im $\mathbb{R}^n$:
   $$f_p(\mathbf{x}) = \left(\sum_{i=1}^{n} |x_i|^p \right)^{1/p}, \ p \in [1, \infty), \quad f_\infty(\mathbf{x}) = \max_{i=1,\ldots,n} |x_i|$$
   eine konvexe Funktion ist.

3. Aufgabe :
   Man berechne den Vektor $\mathbf{y}$, gegen den die Folge $\{\mathbf{x}_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ mit
   $$\mathbf{x}_k = \left(\frac{7}{k^{3/2}}, \frac{-13}{k^{3/2}}, \frac{17}{k^2} \right)^T.$$
   gerichtet konvergiert.

4. Aufgabe :
   Man kontrolliere mit analytischen Hilfsmitteln die Aussage aus Beispiel 4.6: Sei
   $$\Omega = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2 \ : \ x_1^2 + x_2^2 = 1, x_1 \geq 0, 0 < x_2 < 2\}.$$
   Für den Punkt $\mathbf{x}_0 = (0, 1)^T \in \Omega$ ist der Tangentenkegel
   $$T(\mathbf{x}_0) = \left\{ \mathbf{y} \in \mathbb{R}^2 \ : \ \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \lambda \geq 0 \right\}.$$