

## Übungsaufgaben zur Vorlesung Optimierung

### Serie 01

abzugeben vor der Vorlesung am Dienstag, dem 02.05.2006

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man untersuche ob folgende Systeme von Vektoren Basen der jeweils angegebenen Räume sind:

(a) im  $\mathbb{R}^3$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(b) im  $\mathbb{R}^4$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(c) im  $\mathbb{R}^4$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \\ 8 \\ -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

2. Man formuliere folgende Aufgabe als Optimierungsproblem: Eine Firma produziert aus drei Rohstoffen die Produkte  $P_1$  und  $P_2$ . Mit Hilfe technologischer Daten der folgenden Tabelle ist ein Produktionsplan gesucht, der maximalen Gewinn sichert:

	Verbrauch pro Einheit $P_1$	Verbrauch pro Einheit $P_2$	Verfügbare Rohstoffmenge
Rohstoff 1	2	4	16
Rohstoff 2	2	1	10
Rohstoff 3	4	0	20
Gewinn (in GE)	2	3	

GE – Gewinneinheiten

3. Man löse die folgenden Optimierungsaufgaben graphisch:

(a)

$$\begin{aligned} z = 2x_1 + 3x_2 &\rightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 &\leq 8 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 10 \\ x_2 &\leq 3 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(b) Nebenbedingungen wie bei (a),

$$z = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

4. Man zeige: Der Durchschnitt beliebig vieler konvexer Mengen ist konvex. Anmerkung: Die leere Menge ist per Definition konvex.