Lösungen zum 5.Aufgabenblatt

1. Aufgabe :
   Programmieraufgabe

2. Aufgabe :

   - Man bestimme das (eindeutige) Optimum des linearen Programms mit der Simplexmethode.
   - Danach bestimme man alle benachbarten Ecken (z.B. durch Austausch der Basisvektoren).
   - Die zweitbeste Lösung ist eine Nachbarecke. Lokale Minima in einer Ecke sind nicht möglich, da sonst die Simplexmethode abbrechen würde, ohne ein globales Minimum gefunden zu haben.
   - Die zweitbeste Lsüng findet man durch einen Vergleich in den Nachbarecken

3. Aufgabe :

$$\begin{aligned} z = x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= \min \\ x_1 - x_2 &\geqslant 1 \\ x_2 - 2x_3 &\geqslant 1 \\ x_1 - x_3 &\leqslant 4 \\ \mathbf{x} &\geqslant \mathbf{0} \end{aligned}$$

Eine zulässige Basislösung ist $(6,5,2,0,0,0)^T$.
Daraus ergibt sich das Simplextableau

			4	5	6
i	c_i	x_i	0	0	0
1	1	6	1	1	2
2	−3	5	2	1	2
3	2	2	1	1	1
		−5	−3	0	−2

Man findet ein nichteindeutiges Optimum, $z = -5$. Das Gleichungssystem wird um die Minimalitätsbedingung erweitert.

$$\left(\begin{array}{rrrrrr|r} 1 & -3 & 2 & 0 & 0 & 0 & -5 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array}\right) \longrightarrow \left(\begin{array}{rrrrrr|r} 1 & -3 & 2 & 0 & 0 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 3 & 2 & 0 \end{array}\right)$$

$$\begin{aligned} x_5, x_6 \text{ frei } \Rightarrow x_4 &= -\frac{2}{3}x_6 \text{ wähle } x_6 = 0 \\ x_3 &= 2 - x_5 \\ x_2 &= 5 - x_5 \\ x_1 &= 6 - x_5 \end{aligned}$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_5 \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \geqslant 0 \longrightarrow \qquad x_5 \in [0,\, 2]$$

Lösungen sind alle Vektoren

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} - t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \qquad t \in [0,\, 2]$$

Die ganzzahligen Lösungen ergeben sich für $t = 0$, $t = 1$ und $t = 2$:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ und } \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$