

Lösungen zum 3.Aufgabenblatt

1. Aufgabe :

(a)

x_3 frei: man setze $x_3 = x_3^+ - x_3^-$; $x_3^+, x_3^- \geq 0$

Mit den Schlupfvariablen $x_4, x_5 \geq 0$ folgt:

$$\begin{aligned} z = -3x_1 + x_2 - (x_3^+ - x_3^-) + 3 &= \min \\ x_1 + x_2 + (x_3^+ - x_3^-) &= 5 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 &= 3 \\ 2x_1 + x_2 - (x_3^+ - x_3^-) - x_5 &= 1 \end{aligned}$$

(b)

x_3 frei: man setze $x_3 = x_3^+ - x_3^-$; $x_3^+, x_3^- \geq 0$

$x_2 \leq 0$: man setze $-x_2 = x_4 \Rightarrow x_4 \geq 0$

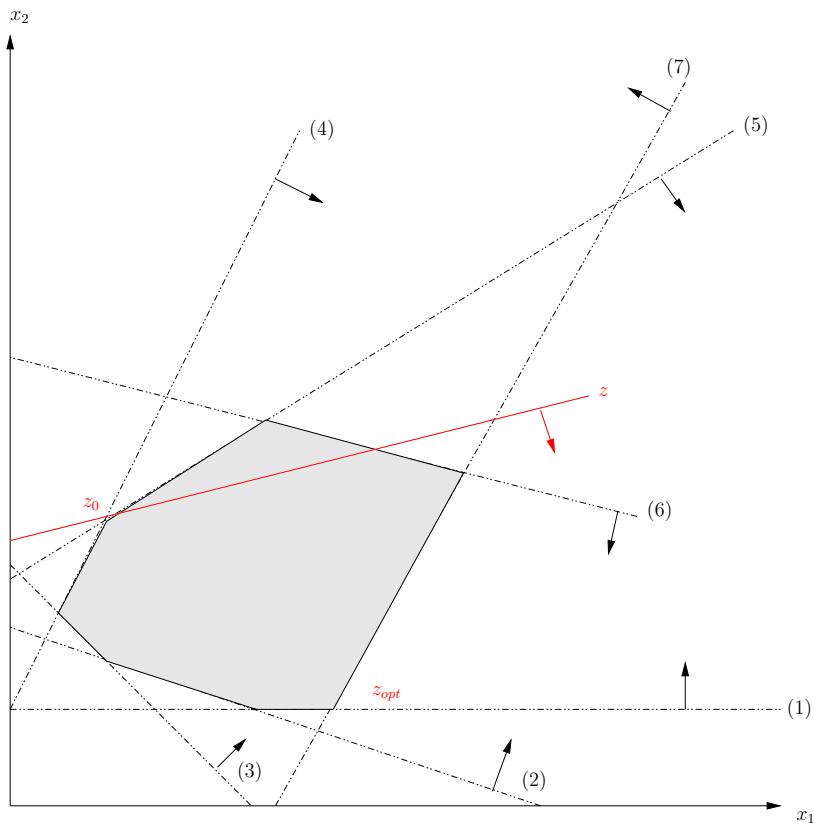
Mit den Schlupfvariablen $x_5, x_6 \geq 0$ folgt:

$$\begin{aligned} -z = 3x_1 - x_2 + (x_3^+ - x_3^-) &= \min \\ x_1 - x_4 + (x_3^+ - x_3^-) &= 5 \\ x_1 + 2x_4 - x_5 &= 3 \\ 2x_1 - x_4 - (x_3^+ - x_3^-) + x_6 &= 1 \end{aligned}$$

2. Aufgabe :
 Beispiel :

$$\begin{aligned}
 z &= -\frac{1}{4}x_1 + x_2 = \min \\
 x_2 &\geq 2 \\
 x_1 + 3x_2 &\geq 11 \\
 x_1 + x_2 &\geq 5 \\
 -2x_1 + x_2 &\leq 2 \\
 -2x_1 + 3x_2 &\leq 14 \\
 x_1 + 4x_2 &\leq 37 \\
 2x_1 - x_2 &\geq 11 \\
 x_1, x_2 &\geq 0
 \end{aligned}$$

In diesem Beispiel gelangt man von z_0 ausgehend, wenn man am Anfang eine Verbesserung der Zielfunktion wählt, in 4 Schritten zum Optimum. Der alternative Weg benötigt hingegen nur 3 Schritte.



3. Aufgabe :

Man kann dieses System in ein System 2. NF transformieren.

$$\begin{array}{l}
 \begin{array}{ccccc|c}
 1 & 3 & 1 & 1 & 2 & 6 \\
 -2 & 1 & 3 & -4 & 1 & 2 \\
 5 & -2 & 1 & 2 & -3 & -4
 \end{array} \\
 \Rightarrow \begin{array}{ccccc|c}
 1 & 3 & 1 & 1 & 2 & 6 \\
 -5 & -8 & 0 & -7 & -5 & -16 \\
 4 & 5 & 0 & 1 & -5 & -10
 \end{array} \\
 \Rightarrow \begin{array}{ccccc|c}
 -3 & 8 & 1 & 0 & 7 & 16 \\
 4 & -5 & 0 & 1 & -5 & -10 \\
 23 & -43 & 0 & 0 & -40 & -86
 \end{array} \\
 \Rightarrow \begin{array}{ccccc|c}
 \frac{41}{40} & \frac{19}{40} & 1 & 0 & 0 & \frac{38}{40} \\
 \frac{45}{40} & \frac{15}{40} & 0 & 1 & 0 & \frac{30}{40} \\
 -\frac{23}{40} & \frac{43}{40} & 0 & 0 & 1 & \frac{86}{40}
 \end{array}
 \end{array}$$

Durch Zeilenumformungen erhält man ein Gleichungssystem mit der gleichen Lösungsmenge.

$$\begin{array}{rclcl}
 41x_1 + 19x_2 + 40x_3 & = & 38 \\
 45x_1 + 15x_2 & + 40x_4 & = & 30 \\
 -23x_1 + 43x_2 & + 40x_5 & = & 86
 \end{array}$$

Als LOP in 1.NF folgt :

$$\begin{array}{rcl}
 41x_1 + 19x_2 + 40x_3 & \leq & 38 \\
 45x_1 + 15x_2 + 40x_4 & \leq & 30 \\
 -23x_1 + 43x_2 + 40x_5 & \leq & 86 \\
 x_i & \geq & 0 \quad \forall i
 \end{array}$$

Variabilitätsbereich : $[-2, \frac{2}{3}]$

