Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
PD Dr. V. John

Magdeburg, 03.05.2004

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Gewöhnliche Differentialgleichungen der Physik

Serie 4

zum Donnerstag, 13.05.2004

Die Lösung der Aufgaben 1 a), 2 d) und 3 ist in der Übung am 13.05.2004 schriftlich abzugeben !

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden. Zu einer vollständig gelösten Aufgabe gehört die Probe !

1. Man bestimme die allgemeinen Integrale der Gleichungen

   a) $x^2y' = x^2y^2 + xy + 1$, 4 Punkte

   b) $4y' + y^2 + 4x^{-2} = 0$,

   die eine partikuläre Lösung der Form $y_1 = \frac{a}{x}$ besitzen.

2. Man beweise oder widerlege folgende Behauptungen :

   a) Jede stetige Funktion, die auf einem beschränkten Intervall I definiert ist, genügt einer Lipschitzbedingung.

   b) Genügt eine Funktion über einem offenen, beschränkten Intervall I einer Lipschitzbedingung, so ist diese Funktion stetig über I.

   c) Genügt eine Funktion über einem offenen, beschränkten Intervall I einer Lipschitzbedingung, so ist diese Funktion über I stetig differenzierbar.

   d) Ist eine Funktion über einem abgeschlossenen, zusammenhängenden Intervall $I \subset \mathbb{R}$ stetig differenzierbar bis zum Rand, so genügt sie über I einer Lipschitzbedingung. 2 Punkte

3. Man zeige: Ist $f : (a, b) \to \mathbb{R}$ Lipschitz-stetig, so ist f in (a, b) auch gleichmäßig stetig. 2 Punkte