Dr. B.Rummler
Dr. V.John
Institut für Analysis und Numerik

Magdeburg,den 23.02.99

Testat: Gewöhnliche Differentialgleichungen

Name:

	Punkte	erreichte Punkte
Testat	20	
Übung	10	
Summe	30	

1. Es sei $y = y(x)$ stetige Funktion auf dem Intervall $I = [0, a]$ und es gelte
$$0 \leq y(x) \leq c \cdot x + k \int_0^x y(t)dt, \quad \forall x \in I,$$
bei $c, k \in \mathbf{R}$, $k \neq 0$. Man zeige:
$$\forall x \in I \quad : y(x) \leq \frac{c}{k}(e^{kx} - 1).$$
(Beachte: I ist kompakt!!!) **4 Punkte**

2. Gegeben sei das Fundamentalsystem $\{y_1(x), y_2(x), y_3(x)\}$ von Lösungen der homogenen linearen gewöhnlichen Differentialgleichung 3. Ordnung.
$$y'''(x) + a_1(x)y''(x) + a_2(x)y'(x) + a_3(x)y(x) \; = \; b(x),$$
mit $a_1(x)$, $a_2(x)$, $a_3(x)$ und $b(x) \in \mathbf{C}^1[a, b]$. Man gebe mit Hilfe der Wronski-Matrix eine spezielle Lösung $y_s(x)$ der inhomogenen Differentialgleichung an, und formuliere mit Hilfe dieser speziellen Lösung die allgemeine Lösung der linearen gewöhnlichen Differentialgleichung. **4 Punkte**

3. Man löse das AWP
$$y' - \frac{4y}{x} = x\sqrt{y}, \quad y(1) = a, \quad a > 0.$$
3 Punkte

4. Man bestimme diejenigen Kurven $y = f(x)$ bei denen jeder Kurvenpunkt vom Nullpunkt ebensoweit entfernt ist wie der Schnittpunkt seiner Tangenten mit der y–Achse vom Kurvenpunkt. **5 Punkte**

5. Man finde die allgemeine Lösung von
$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} + x - y &= 0 \\ \frac{dy}{dt} + y - 4z &= 0 \\ \frac{dz}{dt} + 4z - x &= 0 \end{aligned}$$
4 Punkte

Übungsschein erreicht bei mindestens 15 erzielten Punkten!