Dr. B.Rummler
Dr. V.John
Institut für Analysis und Numerik

Magdeburg,den 26.02.98

Testat: Gewöhnliche Differentialgleichungen

Name:

	Punkte	erreichte Punkte
Testat	24	
Übung	12	
Summe	36	

1. Untersuchen Sie die folgenden Anfangswertprobleme auf das Erfülltsein der Voraussetzungen der Sätze von Picard-Lindelöf und Peano! Läßt sich der durch $a > 0, b > 0$ definierte Quader Q gegebenenfalls vergrößern?

   $$\begin{array}{llll} (a) & y'(x) = \sqrt[4]{|y(x)|}, & x_0 = 1, y_0 = 0, a = b = 1 & \textbf{2 Punkte} \\ (b) & y'(x) = \sin(x^2 + y^2(x)), & x_0 = 0, y_0 = 1, a = b = 1 & \textbf{3 Punkte} \end{array}$$

2. Gegeben sei das Anfangswertproblem der linearen gewöhnlichen DGL 4-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten und stetiger rechter Seite $f(x)$:

   $$\begin{aligned} y^{(4)}(x) + \sum_{\nu=1}^{4} a_\nu y^{(4-\nu)}(x) &= f(x) \\ y^{(4-\nu)}(0) &= 1 \quad \nu = 1, \ldots, 4, \quad D(f) \supset [-1, 1] \end{aligned}$$

   Was verstehen Sie unter einem Fundamentalsystem von Lösungen der homogenen Gleichung? Welcher DGL genügt die Wronski-Determinante? Stellen Sie die allgemeine Lösung der gewöhnlichen DGL 4-ter Ordnung mit Hilfe der Variation der Konstanten unter Verwendung des Wronski-Matrix dar. **7 Punkte**

3. Man finde die allgemeine Lösung von

   $$\frac{y}{x} dx + (y^3 - \ln x) dy = 0.$$

   Hinweis: Es existiert ein integrierender Faktor der Gestalt $\lambda(y)$. **6 Punkte**

4. Gesucht ist die Lösung eines Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen $y' = Ay$, wobei A eine reguläre Matrix mit konstanten Koeffizienten ist. Ein Lösungsverfahren ist die Methode der Eigen– und Hauptvektoren. Man erläutere den Grundgedanken und die Vorgehensweise dieser Methode. **2 Punkte**

5. Man löse das AWP

   $$\begin{aligned} z' - 4z - y &= 0 \qquad y(0) = 1, \\ y' + 2z - y &= 0 \qquad z(0) = 0. \end{aligned}$$

   4 Punkte

Übungsschein erreicht bei mindestens 18 erzielten Punkten!