Dr.B.Rummler
Dipl.-Math. V.John
Institut für Analysis und Numerik

Magdeburg,den 30.05.97

Leistungskontrolle: Gewöhnliche Differentialgleichungen

1. Untersuchen Sie die folgenden Anfangswertprobleme auf das Erfülltsein der Voraussetzungen der in der Vorlesung bewiesenen Sätze von Picard-Lindelöf und Peano! Läßt sich der durch $a > 0, b > 0$ definierte Quader Q gegebenenfalls vergrößern?

   (a) $y'(x) = \sqrt{|y(x)|}$, $x_0 = 1, y_0 = 0, a = b = 1$, 3 Punkte
   (b) $y'(x) = x^2 + y^2(x)$, $x_0 = 0, y_0 = 1, a = b = 1$. 3 Punkte

2. Gegeben sei das Anfangswertproblem der gewöhnlichen DGL n–ter Ordnung mit stetiger rechter Seite f

$$y^{(n)}(x) + \sum_{\nu=1}^{n} a_\nu y^{(n-\nu)}(x) = f(x),$$

$$y^{(n-\nu)}(0) = 1, \quad \nu = 1, \ldots, n, \quad D(f) \supset [-1, 1].$$

   Was verstehen Sie unter einem Fundamentalsystem von Lösungen der homogenen Gleichung? Welcher DGL genügt die Wronski–Determinante? Stellen Sie die allgemeine Lösung der gewöhnlichen DGL n–ter Ordnung mit Hilfe der Variation der Konstanten unter Verwendung des Fundamentalsystems dar! 7 Punkte

3. Man finde die allgemeine Lösung von

$$\begin{aligned} y' &= -3y - z \\ z' &= y - z. \end{aligned}$$

   6 Punkte

4. Man löse das Anfangswertproblem

$$xy' + 6y = 2x^2y^{1/2}, \quad y(1) = a$$

   mit $a \in \mathbb{R}, a \geq 0$. 6 Punkte

Leistungskontrolle bestanden bei mindestens 12 erreichten Punkten!