



Saarbrücken, 07.07.2009

Übungsaufgaben zur Vorlesung Numerik Partieller Differentialgleichungen – eine elementare Einführung

Serie 12 (letzte Serie)

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 15.07.2009

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man zeige, dass die zum Randwertproblem

$$-u''(x) - u(x) = f(x), \quad x \in (0, \pi), \quad u(0) = u(\pi) = 0$$

zugehörige auf $V = H_0^1(0, \pi)$ erklärte Bilinearform

$$a(u, v) := \int_0^\pi \left(u'(x)v'(x) - u(x)v(x) \right) dx$$

nicht stark positiv ist.

Hinweis: Konkretes Gegenbeispiel angeben.

4 Punkte

2. Man zeige die Abschätzung aus Lemma 4.21 für $p = \infty$, wobei als Ausgangspunkt die Formel

$$|v(x)| \leq \int_a^b \int_0^1 |v'(tx + (1-t)y)| dt dy$$

genommen werden kann.

4 Punkte

3. Sei das Intervall $[0, 1]$ in zwei gleichlange Teilintervalle zerlegt. Man berechne den Fehler zwischen der Funktion $v(x) \sin(\pi x) - 2x^2$ und ihrer Interpolierenden $(Iv)(x)$

- im Finite-Element-Raum P_0 , das Funktional ist der Wert im Mittelpunkt des Intervalls, der Fehler in der $L^2(\Omega)$ -Norm ist gesucht,
- im Finite-Element-Raum P_1 , die Funktionale sind die Werte in den Gitterpunkten, die Fehler in der $L^2(\Omega)$ -Norm und der H^1 -Seminorm sind gesucht.

4 Punkte

Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !