



Saarbrücken, 02.06.2009

## Übungsaufgaben zur Vorlesung Numerik Partieller Differentialgleichungen – eine elementare Einführung

### Serie 07

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 10.06.2009

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man erweitere das MATLAB-Programm für das einfache Upwind-Verfahren auf Shishkin-Gittern. Dabei ist es einfacher, das einfache Upwind-Verfahren in der Form mit Rückwärtsdifferenzenquotienten zu programmieren.

Dann betrachte man das Beispiel 1.7 aus der Vorlesung. Für  $\varepsilon = 10^{-6}$  löse man das Problem auf Gittern mit

$$N \in \{32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048\}$$

Intervallen und mit Übergangspunkten, die durch  $\sigma \in \{0.5, 1, 2, 4\}$  definiert sind. Man gebe die Fehler in der diskreten Maximumsnorm an. **4 Punkte**

2. Man zeige, dass auf nicht-äquidistanten Gittern

- (a) der zentrale Differenzenquotient

$$D^0 v(x_i) = \frac{1}{2\tilde{h}_i} (h_i D^+ v(x_i) + h_{i+1} D^- v(x_i)).$$

mit  $\tilde{h}_i := \frac{h_i + h_{i+1}}{2}$  von zweiter Ordnung konsistent ist,

- (b) der zweite Differenzenquotient

$$\delta^2 v_i := \frac{1}{\tilde{h}_i} (D^+ v(x_i) - D^- v(x_i)) = \frac{1}{\tilde{h}_i} \left( \frac{v_{i+1} - v_i}{h_{i+1}} - \frac{v_i - v_{i-1}}{h_i} \right)$$

von erster Ordnung konsistent ist.

**4 Punkte**

**Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !**