



Saarbrücken, 27.05.2009

Übungsaufgaben zur Vorlesung Numerik Partieller Differentialgleichungen – eine elementare Einführung

Serie 06

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 03.06.2009

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man erweitere das MATLAB-Programm für das zentrale Differenzenverfahren und das einfache Upwind-Verfahren um
 - das Samarskii-Upwind-Verfahren,
 - das Iljin-Allen-Southwell-Verfahren.

Dabei ist es einfacher, das einfache Upwind-Verfahren in der Form mit künstlicher Diffusion zu programmieren.

Dann betrachte man das Beispiel 1.7 aus der Vorlesung. Für $\varepsilon = 2 \cdot 10^{-3}$ löse man das Problem mit allen Verfahren auf Gittern mit

$$N \in \{32, 64, 128, 256, 512, 1024, 2048\}$$

Intervallen und gebe den Fehler in der diskreten Maximumsnorm an.

4 Punkte

2. Seien L der Differentialoperator für das in der Vorlesung betrachtete Modellproblem und L_h der Differenzenoperator des einfachen Upwind-Verfahrens. Man zeige, dass für eine hinreichend glatte Lösung von $Lz = f$ gilt

$$|(L_h z)(x_i) - f(x_i)| \leq C \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} (\varepsilon |z'''(t)| + |z''(t)|) dt.$$

4 Punkte

Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !