

Berlin, 30.04.2010

## Übungsaufgaben zur Vorlesung Numerik konvektions-dominanter Probleme

### Serie 02

abzugeben vor der Vorlesung am Montag, dem 10.05.2010

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Betrachtet wird der Differentialoperator

$$Lu = \frac{d}{dx} \left( k(x) \frac{du}{dx} \right),$$

wobei  $k(x)$  zweimal stetig differenzierbar ist. Definiere den Differenzenoperator  $L_h$  wie folgt

$$(L_h u_h)_i := D^+(a D^- u(x_i)),$$

wobei  $a$  eine Gitterfunktion ist, die geeignet gewählt werden soll. Man zeige, dass die Wahlen

$$a_i = \frac{k_i + k_{i-1}}{2}, \quad a_i = k \left( x_i - \frac{h}{2} \right),$$

zu einem Differenzenoperator führen, der von 2. Ordnung konsistent ist, während die natürlich Wahl  $a_i = k_i$  nur Konsistenz von erster Ordnung ergibt.

**8 Punkte**

2. Man zeige: Sei  $A = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  eine M-Matrix. Dann gilt  $a_{ii} > 0$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

**4 Punkte**

**Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !**