Mathematik IV – Numerik für Ingenieure

Sommersemester 1999

Klausur

Prof. Dr. G. Warnecke / Dr. V. John — 29. September 2000

==========

1. Man gebe das Horner–Schema zur Berechnung von $p(2)$ an, wobei

$$p(x) = 7x^5 - 2x^3 + 1.3x^2 - 17.7x + 1.5$$

ist. **1 Punkt**

2. Es ist der Ausdruck

$$a = x^T ABy, \quad x, y \in \mathbb{R}^n; A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}.$$

zu berechnen. Man gebe für die folgenden Varianten der Berechnung die benötigte Anzahl der Multiplikationen an :

- $a = x^T(A(By))$,
- $a = x^T((AB)y)$,
- $a = (x^T A)(By)$.

Es reicht, den Summanden mit der höchsten Potenz anzugeben, z.B. statt $2n + 5$ Multiplikationen reicht $2n$ Multiplikationen. **3 Punkte**

3. Gegeben sei das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 9 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Man führe mit dem Startvektor $x^0 = (-6, -6)^T$ zwei Iterationen mit dem Jacobi Verfahren und eine Iteration mit dem Gauß–Seidel Verfahren aus. Nach jedem Iterationsschritt gebe man die Euklidische Norm des Fehlers an. **6 Punkte**

4. Für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$$

berechne man die Konditionszahl in der Frobenius Norm (Quadratsummennorm). Was besagt die Konditionszahl einer Matrix bezüglich der numerischen Lösung eines linearen Gleichungssystems mit dieser Matrix ? **4 Punkte**

5. Man untersuche, ob die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

positiv definit ist. **3 Punkte**

b.w.

6. Gegeben ist die Meßreihe

x_i	-2	-1	0	2	3
y_i^*	-25	-15	1	27	27

und es gelte der funktionale Zusammenhang

$$y(x) = ax^3 + bx.$$

Man berechne die Ausgleichsparabel mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate. **4 Punkte**

7. Man berechne mit Hilfe dividierter Differenzen und Newtonscher Basispolynome das Interpolationspolynom zu folgenden Stützstellen

x_k	-2	0	1	2
y_k	10	1	4	21

.

3 Punkte