Mathematik IV – Numerik für Ingenieure

Sommersemester 1999

Klausur

Prof. Dr. G. Warnecke / Dr. V. John 04. Februar 2000

==

1. Man gebe das Horner–Schema zur Berechnung von $p(1.5)$ an, wobei
$$p(x) = x^5 - 2.1x^4 - 5x^2 + 7.8x - 11.1$$
ist. **1 Punkt**

2. Zu berechnen ist
$$a = x^T ABC + y^T, \quad x, y \in \mathbb{R}^n; A, B, C \in \mathbb{R}^{n\times n}.$$
Man gebe einen Algorithmus an, mit dem der Zeilenvektor a für große n mit möglichst wenig Operationen berechnet werden kann. Für diesen Algorithmus berechne man die Anzahl der Additionen und Multiplikationen. **4 Punkte**

3. Für die Matrix
$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -7 \end{pmatrix}$$
berechne man die Konditionszahl in der Euklidischen Norm. **4 Punkte**

4. Zu lösen ist das lineare Gleichungssystem $Ax = b$. Es sei bekannt, daß die Matrix A symmetrisch und positiv definit ist. Was bedeutet dies ? Man gebe drei Iterationsverfahren zur Lösung des linearen Gleichungssystems an ! Welches in der Vorlesung/Übung behandelte Iterationsverfahren wird im allgemeinen die wenigsten Iterationen brauchen ? Man gebe für dieses Verfahren die Höchstgrenze der benötigten Iterationen an (bei exakter Arithmetik) ! **4 Punkte**

5. Die Gleichung
$$x = 10 - x^3$$
besitzt einen reellen Fixpunkt, der mit Hilfe des Newton–Verfahrens berechnet werden kann. Wie lautet das Newton–Verfahren zur Lösung dieser Gleichung ? Mit diesem Verfahren führe man zwei Iterationen mit dem Startwert $x_0 = 1$ durch. Man gebe den Fehler an, den die Iterierten $x_i, i = 0, 1, 2$ zum Fixpunkt $\tilde{x} = 2$ besitzen. (Taschenrechnergenauigkeit) **4 Punkte**

6. Gegeben ist die Meßreihe

x_i	-1	0	1	2
y_i^*	10	1	4	21

und es gelte der funktionale Zusammenhang
$$y(x) = ax^2 + bx.$$
Man berechne die Ausgleichsparabel mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate. **4 Punkte**

7. Man berechne mit Hilfe dividierter Differenzen und Newtonscher Basispolynome das Interpolationspolynom zu folgenden Stützstellen

x_k	-2	-1	0	2
y_k	16	8	6	-4

3 Punkte