Mathematik IV – Numerik für Ingenieure

Sommersemester 1999

Klausur

Prof. Dr. G. Warnecke / Dr. V. John 29. September 1999

==========

1. Die Zahlen $x_1, x_2, \ldots, x_N$ seien Approximationen von $X_1, X_2, \ldots, X_N$ so daß für jede Zahl der maximale Fehler ϵ ist. Wie groß ist der maximale Fehler von

$$\sum_{i=1}^{N}(-1)^i x_i \text{ zu } \sum_{i=1}^{N}(-1)^i X_i \ ?$$

1 Punkt

2. Zu berechnen ist

$$a = x^T ABC + y^T, \quad x, y \in \mathbb{R}^n; A, B, C \in \mathbb{R}^{n\times n}.$$

Man gebe einen Algorithmus an, mit dem der Zeilenvektor a für große n mit möglichst wenig Operationen berechnet werden kann. Für diesen Algorithmus berechne man die Anzahl der Additionen und Multiplikationen. **4 Punkte**

3. Für die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

berechne man die Konditionszahl in der Euklidischen Norm. **4 Punkte**

4. Zu lösen ist das lineare Gleichungssystem $Ax = b$. Es sei bekannt, daß die Matrix A symmetrisch und positiv definit ist. Was bedeutet dies ? Man gebe drei Iterationsverfahren zur Lösung des linearen Gleichungssystems an ! Welches davon wird im allgemeinen die wenigsten Iterationen brauchen ? Warum ? **4 Punkte**

5. Die Quadratwurzel einer positiven Zahl a läßt sich durch Lösung der Gleichung $x^3 = a$ berechnen. Wie lautet das Newton–Verfahren zur Lösung dieser Gleichung ? Mit diesem Verfahren führe man zwei Iterationen für $a = 5$ und dem Startwert $x_0 = 1$ durch. Man gebe den Fehler an, den die Iterierten $x_i, i = 0, 1, 2$ besitzen. (Taschenrechnergenauigkeit) **4 Punkte**

6. Gegeben ist die Meßreihe

x_i	-3	-1	0	2	4
y_i^*	140	5	-14	53	260

und es gelte der funktionale Zusammenhang

$$y(x) = ax^2 + c.$$

Man berechne die Ausgleichsparabel mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate. **4 Punkte**

7. Man berechne mit Hilfe dividierter Differenzen und Newtonscher Basispolynome das Interpolationspolynom zu folgenden Stützstellen

x_k	-2	-1	0	2
y_k	-4	5	8	16

.

3 Punkte