

Saarbrücken, 24.10.2006

Übungsaufgaben zur Vorlesung Modellierung und Programmierung

Serie 01

abzugeben vor der Vorlesung am 08.11.2006

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Aufgabe :

Ein Werfer wirft ein Objekt (Punktmasse) mit der Anfangsgeschwindigkeit $\mathbf{v}_0 = (v_{0x}, v_{0y})^T$, $\|\mathbf{v}_0\|_2 = 1$ (Euklidische Norm), $v_{0x} > 0$ und der Anfangsposition $(0, 0)^T$. Basierend auf der in der Vorlesung gegebenen Formel berechne man den Abwurfwinkel, mit dem das Objekt am weitesten fliegt (Aufprall bei $y = 0$) sowie die Wurfweite.

2. Aufgabe :

- a) Gegeben sei ein eindimensionaler homogener Stab der Länge 1 ($a = 0, b = 1$). An den Enden des Stabes seien die konstanten Temperaturen $u(0) = u_0$ sowie $u(1) = u_1$ vorgegeben. Wärmequellen innerhalb des Stabes gibt es nicht, so dass die Temperaturverteilung durch die stationäre Wärmeleitungsgleichung beschrieben wird. Man berechne diese Temperaturverteilung.
- b) Gegeben sei ein eindimensionaler homogener Stab der Länge 2 ($a = -1, b = 1$), mit $\varepsilon = 1$. An den Enden des Stabes seien die folgenden Randbedingungen vorgegeben, $u(-1) = 2 \cos(-1)$ und $u'(1) = \cos(1)$. Die Funktion $f(x) = x \sin(x)$ beschreibt die zeitlich konstante Wärmequelle innerhalb des Stabes. Man berechne die Temperaturverteilung, die durch die stationäre Wärmeleitungsgleichung beschrieben wird.

3. Aufgabe :

- a) Man modelliere folgenden Prozess: Ein Motorboot bewegt sich bei ruhigem Wasser mit einer Geschwindigkeit von 10 km/h. Bei voller Fahrt wird der Motor abgeschaltet und innerhalb von 20 Sekunden verringert sich die Geschwindigkeit des Bootes auf 6 km/h. Es wird angenommen, dass der Widerstand des Wassers das Boot proportional zu seiner Geschwindigkeit bremst.
- b) Man berechne die Lösung der so gewonnenen Gleichung und beantworte folgende Fragen. Welche Geschwindigkeit hat das Boot 2 Minuten nach dem Abschalten des Motors? Welchen Weg legt das Boot in der ersten Minute nach dem Abschalten des Motors zurück?