



Saarbrücken, 28.01.2009

## Hausübungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker III

### Serie 40 (letzte Serie)

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 04.02.2009

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

#### Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:

- wurden in der Vorlesung am 22.10.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung  
<http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre1.html>  
abrufbar

1. Ein ebenes  $(x, y)$ -Koordinatensystem diene als Zielscheibe. Die Verteilung des Einschusspunktes  $(X, Y)$ , bei dem zufälligen Versuch des einmaligen Schießens auf die Zielscheibe, kann als standard-normalverteilt angenommen werden, das heißt die Dichte ist

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}.$$

Sei  $R > 0$  ein vorgegebener Radius. Man berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Einschuss innerhalb eines Kreises mit dem Mittelpunkt im Koordinatenursprung und dem Radius  $R$  zu beobachten ist.

Hinweis: Transformationsregel.

**4 Punkte**

2. Zwei Punkte  $X$  und  $Y$  werden zufällig und unabhängig voneinander im Intervall  $(0, 1)$  festgelegt. Die zufällige Lage jedes der beiden Punkte ist auf  $(0, 1)$  gleichverteilt. Man bestimme die Erwartungswerte des Abstands  $r$  zwischen den beiden Punkten und des Quadrates dieses Abstandes. **4 Punkte**

3. Eine Firma stellt Haushaltssicherungen her. Im Rahmen einer Qualitätskontrolle werden jeden Monat  $n$  Sicherungen zufällig aus der Gesamtproduktion ausgewählt und auf Grund einer Belastungsprüfung jeweils als brauchbar oder unbrauchbar eingestuft. Der Ausschussanteil der Monatsproduktion soll auf diese Weise geschätzt werden. Wie groß muss der Stichprobenumfang  $n$  mindestens gewählt werden, wenn man mit 75% Wahrscheinlichkeit sicher sein möchte, dass der gefundene Ausschussanteil der Stichprobe um weniger als 0.01 vom Ausschussanteil der Monatsproduktion abweicht?

- (a) Man gebe mit Hilfe der Tschebyschew–Ungleichung eine untere Schranke für  $n$  an, für den Fall, dass der Ausschussanteil der Monatsproduktion 2% beträgt.
- (b) Man berechne unter der gleichen Voraussetzung den minimalen Stichprobenumfang  $n$  unter Benutzung der Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung.

Hinweis: Betrachte als Zufallsvariable die Anzahl der Ausschussstücke und überlege, wie diese verteilt ist. **4 Punkte**

**Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !**