FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 26.11.2008

# Hausübungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker III

## Serie 34

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 10.12.2008

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

**Ablauf der Übungen und Kriterien zur Erlangung der Zulassung zur Klausur:**

- wurden in der Vorlesung am 22.10.2008 vorgestellt,
- sind auf der Homepage der Vorlesung
  `http://www.math.uni-sb.de/ag/john/LEHRE/lehre1.html`
  abrufbar

1. Mit Hilfe einer Transformationsformel wie in Präsenz–Übungsserie 33, Aufgabe 2, berechne man den Laplace-Operator
$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$
in Polarkoordinaten. **4 Punkte**

2. Seien $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n)$ auf $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ein stetig differenzierbares Vektorfeld und $u : \Omega \to \mathbb{R}$ eine zweimal stetig differenzierbare Funktion. Man zeige, dass die folgende Rechenregeln gelten:
   (a) rot grad $u = \nabla \times (\nabla u) = \mathbf{0}$ für $n = 3$,
   (b) div rot $\mathbf{v} = \nabla \cdot (\nabla \times \mathbf{v}) = 0$ für $n = 3$,
   (c) div $(u\mathbf{v}) = (\text{grad } u) \cdot \mathbf{v} + u\text{div } \mathbf{v}$,
   (d) $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{v}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) - \Delta \mathbf{v}$, für $n = 3$, der Laplace–Operator ist komponentenweise zu verstehen,
   (e) $\nabla \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{w}) = (\nabla \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{w} - \mathbf{v} \cdot (\nabla \times \mathbf{w})$ für $n = 3$.

   **4 Punkte**

3. Man finde die lokalen Extrema der folgenden Funktionen:
   (a) $f(x, y) = 2x^4 + y^4 - x^2 - 2y^2$,
   (b) $f(x, y) = x^4 + y^4 - x^2 - 2xy - y^2$.

   **4 Punkte**

**Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !**