



Saarbrücken, 05.02.2008

Übungsaufgaben zur Vorlesung Mathematik für Informatiker I

Serie 14 (letzte Übungsserie)

abzugeben vor der Vorlesung am Mittwoch, dem 13.02.2008

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Vergessen Sie bitte nicht, dass zur Zulassung zur Prüfung auch das Vorrechnen von Aufgaben in den Übungen gehört !!!

1. Man bestimme die Konvergenzradien ρ der Potenzreihen und untersuche die Konvergenz in den Punkten $z = \rho$ und $z = -\rho$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{z}{2}\right)^n, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!z^n}{n^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}z^n}{n},$$
$$\sum_{n=1}^{\infty} z^{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} 5^{(n^2)} z^{(n^2)}.$$

2. Man beweise $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1$.

Hinweis: Man betrachte die Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$, $x_n = \sqrt[n]{n} - 1$ und zeige, dass dies eine Nullfolge ist. Dazu betrachte man $(1 + x_n)^n$, wende den Binomialsatz an, überlege warum man nur die ersten drei Summanden braucht und nutze noch eine Identität für Binomialkoeffizienten.

3. Man wandle die gegebenen Zahlen x_b aus dem b -adischen System in Zahlen x_c des c -adischen Systems um:

$$\begin{aligned} x_2 &= 101.0101 && \implies x_{10}, \\ x_6 &= 12345.54321 && \implies x_{10}, \\ x_{16} &= ABCDEF9 && \implies x_2, x_{10} \\ x_{10} &= 425.3\bar{3} && \implies x_2, x_6, x_7, x_8. \end{aligned}$$

Bei der letzten Aufgabe reichen drei Stellen nach dem Komma aus.
Im Hexadezimalsystem besitzen die Ziffern A, \dots, F die Werte $10, \dots, 15$.

4. Man beweise die direkte Formel für Binomialkoeffizienten

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$