

### Lösungen zum 37. Aufgabenblatt für Mfi 3

1. Aufgabe :

Unabhängige Zufallsvariable heißt

$$P((X = a) \cap (Y = b)) = P(X = a) P(Y = b) \quad (1)$$

Es ist

$$E(XY) = \sum_{\omega_x \in \Omega_x, \omega_y \in \Omega_y} X(\omega_x) Y(\omega_y) P(\omega_x \cap \omega_y) \quad (2)$$

Weiter gilt

$$E(X) E(Y) = \left( \sum_{\omega_x \in \Omega_x} X(\omega_x) P(\omega_x) \right) \left( \sum_{\omega_y \in \Omega_y} Y(\omega_y) P(\omega_y) \right)$$

$$\text{Produkt endl. Summen} = \sum_{\omega_x \in \Omega_x, \omega_y \in \Omega_y} X(\omega_x) Y(\omega_y) P(\omega_x) P(\omega_y)$$

$$\text{mit (1)} = \sum_{\omega_x \in \Omega_x, \omega_y \in \Omega_y} X(\omega_x) Y(\omega_y) P(\omega_x \cap \omega_y)$$

Dies stimmt mit (2) überein.

2. Aufgabe :

$$\begin{aligned} P(\text{def} | \text{def bezeichnet}) &= \frac{P(\text{def} \cap \text{def bezeichnet})}{P(\text{def bezeichnet})} \\ &= \frac{0.05 \cdot 0.1}{0.95 \cdot 0.01 + 0.05 \cdot 0.9} \\ &= 0.825688 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{def} | \text{fehlerfrei bezeichnet}) &= \frac{P(\text{def} \cap \text{fehlerfrei bezeichnet})}{P(\text{def bezeichnet})} \\ &= \frac{0.05 \cdot 0.1}{0.95 \cdot 0.99 + 0.05 \cdot 0.1} \\ &= 0.005288 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{richtige Ent.}) &= 0.95 \cdot 0.99 + 0.9 \cdot 0.05 \\ &= 0.9855 \end{aligned}$$

3. Aufgabe :

Das einzige Ereignis, bei welchem nicht getroffen wird ist, wenn man vier Mal daneben schießt.

$$\begin{aligned} P(\text{Treffer}) &= 1 - (0.2)^4 \\ &= 0.9989 \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeiten der Versuche sind:

$X$	1	2	3	4
$P(X)$	0.8	$0.8 \cdot 0.2$	$0.8 \cdot (0.2)^2$	$0.8 \cdot (0.2)^3 + (0.2)^4$

$$\begin{aligned} E(X) &= 0.8 \cdot 1 + 0.16 \cdot 2 + 0.032 \cdot 3 + 0.0064 \cdot 4 + 0.0016 \cdot 4 \\ &= 1.248 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= E(X^2) - (E(X))^2 \\ &= 0.8 \cdot 1^2 + 0.16 \cdot 2^2 + 0.032 \cdot 3^2 + 0.0064 \cdot 4^2 + 0.0016 \cdot 4^2 - 1.248^2 \\ &= 0.298496 \end{aligned}$$