FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 07.06.2005

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV

Serie 9

abzugeben in der Vorlesung am 20.06.2005

Die Lösungen der Aufgaben 1, 2, 3 sind schriftlich abzugeben, inklusive der Quelltexte der Programme (diese per Email) !

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Im Quadrat $[-1,1]^2$ besitzt die Funktion

$$F(x) = \begin{pmatrix} x_1^2 + 9x_2^2 + 2x_1 - 3 \\ 4x_1^2 - x_2^2 - x_2 - 1 \end{pmatrix}$$

   vier Nullstellen bei $(-0.4386, -0.6399)$, $(0.6211, 0.3905)$, $(0.4334, -0.4649)$ und $(-0.7239, 0.6603)$. Man wende das Newton-Verfahren zur Berechnung einer Nullstelle dieser Gleichung an. Als Startwerte nehme man

$$x^{(0)} = \begin{pmatrix} 0.4 \\ -0.4 \end{pmatrix} \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} -0.4 \\ 0.4 \end{pmatrix} \quad x^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

   Das Newton-Verfahren wird abgebrochen, wenn entweder die Euklidische Norm der Differenz zweier aufeinanderfolgenden Iterierten kleiner als 10^{-7} ist oder nach 100 Iterationen. Im Falle der Konvergenz gebe man an, welche Nullstelle vom Verfahren gefunden wurde sowie die Anzahl der Iterationen.

2. Die Aufgabenstellung ist wie in Aufgabe 1, wobei aber nun das vereinfachte Newton-Verfahren verwendet werden soll.

3. Gegeben sind die drei Punkte $(-2, 3)$, $(-1, 10)$ und $(1, 5)$. Man berechne das Interpolationspolynom 2. Grades durch diese Punkte.

4. Man zeige

$$\frac{\omega_{n+1}(x)}{(x - x_i)\omega'_{n+1}(x_i)} = \prod_{j=0, j\neq i}^{n} \frac{x - x_j}{x_i - x_j},$$

   wobei $\omega_{n+1}(x)$ das Knotenpolynom

$$\omega_{n+1}(x) = \prod_{j=0}^{n} (x - x_j)$$

   ist.