FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 18.05.2005

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Höhere Mathematik für Ingenieure IV

Serie 6

abzugeben in der Vorlesung am 30.05.2005

Die Lösungen der Aufgaben 1, 2, 3 sind schriftlich abzugeben, inklusive der Quelltexte der Programme (diese per Email) !

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Sei $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ eine reguläre Matrix. Man zeige für die Spektralkonditionszahl
$$\kappa_2(A^TA) = (\kappa_2(A))^2.$$
Hinweis: Wie in Serie 3, Aufg. 2, nutze man die Beziehungen zwischen den Eigenwerten einer symmetrisch positiv definiten Matrix und ihres Quadrates.

2. Sei $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$. Die verallgemeinerte Inverse $A^+ \in \mathbb{R}^{n\times m}$ von A ist eindeutig durch die sogenannten Moore-Penrose-Bedingungen bestimmt:
$$AA^+A = A,\ A^+AA^+ = A^+,\ (AA^+)^T = AA^+,\ (A^+A)^T = A^+A.$$
Man berechne mit Hilfe dieser Bedingungen die verallgemeinerte Inverse von $A = (1, 2, 3) \in \mathbb{R}^{1\times 3}$.

3. Seien $u \in \mathbb{R}^m$ mit $\|u\|_2 = 1$ und
$$H = I - 2uu^T \in \mathbb{R}^{m\times m}$$
eine Householder-Spiegelmatrix. Man zeige, dass H symmetrisch ($H = H^T$) und orthogonal ($H^TH = I$) ist, sowie $H^2 = I$ gilt.
Hinweis: Man nutze das Assoziativgesetz der Matrizenmultiplikation.

4. Sei $A \in \mathbb{R}^{m\times n}$. Für $m > n$, m, n groß, ist die Anzahl der Flops bei der QR-Zerlegung von A im wesentlichen
$$\sum_{k=1}^{n}(m-k+1)(n-k).$$
Man berechne diese Summe und ordne die Terme nach Potenzen von n.