Dr. B.Rummler
Dr. V.John
Institut für Analysis und Numerik

Magdeburg,den 07.10.99

Testat: Lineare Funktionalanalysis

Name:

	Punkte	erreichte Punkte
Testat	24	
Übung	8	
Summe	32	

1. Was versteht man unter einer Spektralschar ? Man definiere einen Spektraloperator ! **3 Punkte**

2. Gegeben seien die linearen und stetigen Operatoren $A, B \in \mathcal{L}(H, H)$. A sei vollstetig. In welchen Fällen ist $A + B$ vollstetig ? **2 Punkte**

3. Man berechne die Eigenwerte des Operators

$$\begin{aligned} A : l^2 &\mapsto l^2 \\ (x_1, x_2, \ldots) &\to (0, x_1, 0, x_2, 0, x_3, \ldots). \end{aligned}$$

Gehört $\lambda = 0$ zum Spektrum von A ? Man begründe die Antwort ! **4 Punkte**

4. Wie lautet der Rieszsche Darstellungssatz?
Seien zwei reelle Zahlen $a, b > 0, a > b$ gegeben. Wir betrachten die Abbildung $A : L_2([0, a]) \mapsto \mathbb{R}$, die jeder Funktion $x(t) \in L_2([0, a])$ den Wert

$$Ax := b \int_b^a x(t) dt$$

zuordnet. Ist A ein lineares und stetiges Funktional? Welche Norm besitzt A?
6 Punkte

5. Sei die Abbildung $A : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}^3$ mit

$$x \to \begin{pmatrix} \frac{1}{14} & \frac{1}{7} & \frac{3}{14} \\ \frac{1}{7} & \frac{2}{7} & \frac{3}{7} \\ \frac{3}{14} & \frac{3}{7} & \frac{9}{14} \end{pmatrix} x$$

gegeben.

a) Man zeige, daß A ein Projektor ist.
b) Man gebe das Bild von A an.

5 Punkte

6. Wie lautet die Youngsche Ungleichung? Man leite die Höldersche Ungleichung in Lebesgue–Räumen aus der Youngsche Ungleichung her. **4 Punkte**

Testatschein erreicht bei mindestens 16 erzielten Punkten!