Fachbereich Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. V. John
john@wias-berlin.de
Shahrad Jamshidi
shahrad.jamshidi@fu-berlin.de

Berlin, 14.12.2009

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II

Serie 10

abzugeben vor der Vorlesung am Dienstag, dem 05.01.2010

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man finde die Mengen I, in denen die Funktionenfolgen $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ mit den Funktionen

$$\begin{array}{lrcllrcl} a) & f_n(x) & = & x^n(1-x^2), & b) & f_n(x) & = & x^n(1-x^n), \\ c) & f_n(x) & = & \dfrac{1+x^n}{1+x^{2n}}, & d) & f_n(x) & = & n^2\left(1-\cos\dfrac{x}{n}\right) \end{array}$$

punktweise konvergieren und gebe die entsprechende Grenzfunktion an.
Hinweis: Für die Untersuchung der Funktionenfolge d) ist ein Ergebnis von Serie 02 hilfreich. **4 Punkte**

2. Man untersuche die folgende Funktionenfolge $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$ auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz in $\mathbb{R}$

$$f_n(x) = \begin{cases} 0 & x < -\frac{2}{n}, \\ -n(2+nx) & -\frac{2}{n} \le x < -\frac{1}{n}, \\ n^2 x & -\frac{1}{n} \le x < \frac{1}{n}, \\ n(2-nx) & \frac{1}{n} \le x < \frac{2}{n}, \\ 0 & x \ge \frac{2}{n}. \end{cases}$$

Hinweis: Eine Skizze ist hilfreich. **4 Punkte**

3. Mit Hilfe eines Taylorpolynoms mit Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ berechne man $f(1.2)$ auf 4 Stellen genau, wobei $f(x) = x \ln x$ ist. **4 Punkte**

Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !