Fachbereich Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. V. John
john@wias-berlin.de
Shahrad Jamshidi
shahrad.jamshidi@fu-berlin.de

Berlin, 27.11.2009

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Analysis II

Serie 08

abzugeben vor der Vorlesung am Dienstag, dem 08.12.2009

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man beweise mittels vollständiger Induktion für $n \geq 0$ die Formel

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{2n+1}(x)\,\mathrm{d}x = \frac{4^n (n!)^2}{(2n+1)!}.$$

4 Punkte

2. Man berechne für beliebige reelle Zahlen $a < b$ das bestimmte Integral

$$\int_a^b \frac{e^x + e^{2x}}{e^{2x}+1}\,\mathrm{d}x.$$

4 Punkte

3. Man zeige, dass für $a < b$ und beliebige reelle x

$$P_2(x) = x^2 \int_a^b f^2(t)\ dt + 2x \int_a^b f(t)g(t)\ dt + \int_a^b g^2(t)\ dt$$

nicht negativ ist, und leite daraus die *Schwarzsche Ungleichung* für Integrale

$$\left(\int_a^b f(t)g(t)\ dt\right)^2 \leq \int_a^b f^2(t)\ dt \ \cdot \int_a^b g^2(t)\ dt$$

her.

4 Punkte

Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !