Fachbereich Mathematik und Informatik
Freie Universität Berlin
Prof. Dr. V. John
john@wias-berlin.de
Shahrad Jamshidi
shahrad.jamshidi@fu-berlin.de

Berlin, 20.10.2009

Übungsaufgaben zur Vorlesung Analysis II

Serie 02

abzugeben vor der Vorlesung am Dienstag, dem 27.10.2009

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man bestimme sämtliche komplexen Zahlen z mit $e^z = 1$. **4 Punkte**

2. Additionstheoreme.

   (a) Man bestimme den Grenzwert

   $$\lim_{x\to 1} \frac{\sin(\pi x)}{\sin(3\pi x)}.$$

   (b) Man stelle $\tan(2x)$ mit Hilfe von $\tan x$ dar.

   4 Punkte

3. Man bestimme folgende Grenzwerte mit Hilfe des in Folgerung 2.8 bewiesen Grenzwerts:

   $$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}, \quad \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+x\sin x}-\cos x}{1-\cos x}.$$

   Hinweis für zweiten Grenzwert: dritte binomische Formel. **4 Punkte**

4. Seien $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, und

   $$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = \begin{cases} x^n \sin\frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

   Man zeige, dass $f(x)$ differenzierbar ist und bestimme gegebenenfalls die Ableitung. Ist $f'(x)$ stetig?

   Hinweis: Definition von Stetigkeit und Differenzierbarkeit aus Analysis I ansehen.

   4 Punkte

Gewertet werden nur Lösungen mit vollständigem Lösungsweg, bloße Angabe der Ergebnisse gibt keine Punkte !