

Seminaraufgaben zum Grundkurs Analysis 2

Studiengänge Mathematik, Technomathematik,
Wirtschaftsmathematik, Physik und Lehramt

Serie 7

27.05. – 31.05.2002

Die Lösungen der Aufgabe 2 des Abschnittes "Taylorformel and Taylorreihen" und der Aufgaben 1 und 2 des Abschnittes "Länge von Kurven in \mathbb{R}^n , das Kurvenintegral" sind in der Vorlesung am Mittwoch, dem 05.06.2002, schriftlich abzugeben ! Eine spätere Abgabe der Lösung wird nur in begründeten Ausnahmefällen akzeptiert !!! (Krankenschein)

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

Taylorformel and Taylorreihen

1. Mit Hilfe eines Taylorpolynoms mit Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ berechne man $f(1.2)$ auf 4 Stellen genau, wobei $f(x) = x \ln x$.
2. Die Funktion $f(x) = \sin(x)$ werde in $x_0 = 0$ in ein Taylorpolynom entwickelt. Wie sieht das Lagrange-Restglied $R_{2k}(x, 0)$ aus ? Man schätze den Betrag des Restgliedes nach oben ab.
Nun werde die Funktion $f(x)$ durch

$$a) x, \quad b) x - \frac{x^3}{6}$$

approximiert. Mit Hilfe der obigen Abschätzung gebe man Intervalle $(-\xi, \xi)$ an, so daß der Fehler bei diesen Approximationen kleiner als 0.001 für alle $x \in (-\xi, \xi)$ ist. **4 Punkte**

3. Man entwickle die Funktion $\exp(\sin x)$ im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ bis zum Glied x^4 .
Hinweis: Taylorreihe von $\sin x$ in die von $\exp(y)$ einsetzen.

Länge von Kurven in \mathbb{R}^n , das Kurvenintegral

1. Man berechne die Länge der Astroide

$$x = a \cos^3(t), \quad y = a \sin^3(t), \quad a > 0, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Hinweis: Zur Vereinfachung des Integranden klammere man aus.

3 Punkte

2. Man berechne die Länge der Zykloide

$$x = t - \sin(t), \quad y = 1 - \cos(t), \quad 0 \leq t \leq 4\pi.$$

Hinweis: Zur Vereinfachung des Integranden forme man $\cos(t)$ in eine Funktion mit $\sin(t/2)$ um. (Additionstheorem)

3 Punkte