Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John
DM G. Matthies

Magdeburg, den 14.06.2001

**Leistungskontrolle Nr. 3, Gruppe B**
**Grundkurs Analysis**
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Physik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

**Achtung:** Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man entwickle die Funktion $f(x,y) = \cos(x+y^2)$ an der Stelle $(0,0)$ in ein Taylor-Polynom zweiten Grades. **4 Punkte**

2. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ mit **2 Punkte**

$$f(x,y,z) = \begin{pmatrix} \cosh(xy) \\ e^{xy}\sin(z) \end{pmatrix}.$$

   Man bestimme die Funktionalmatrix von $f$.

3. Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ mit **4 Punkte**

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy^3}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}.$$

   Man bestimme die Richtungsableitungen $\frac{\partial f}{\partial l}$ an der Stelle $(0,0)$. Unter welchen Bedingungen kann von den Existenz der partiellen Ableitungen auf die Differenzierbarkeit der Funktion $f$ geschlossen werden? Ist $f$ an der Stelle $(0,0)$ differenzierbar?

4. Man bestimme alle lokalen Extremwerte, ihre Funktionswerte und ihren Typ für die Funktion **6 Punkte**

$$f(x,y) = \frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2} - x^2 + 16y^2, \qquad (x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(x,y) \;:\; xy = 0\}.$$