Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John
DM G. Matthies

Magdeburg, den 25.04.2001

Leistungskontrolle Nr. 1, Gruppe A
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Physik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man untersuche, ob die Funktion
$$y(x) = (a + bx)e^{-x^2}, \ a, b \in \mathbb{R},$$
der Differentialgleichung
$$y'' + 4xy' + (4x^2 + 2)y = 0$$
genügt. **3 Punkte**

2. Man berechne die Grenzwerte
   (a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-1}{\ln x}$,
   (b) $\lim\limits_{x \to +0} \left(\dfrac{1}{\tan x} \right)^{\sin x}$.

   4 Punkte

3. Man gebe das Taylor-Polynom 2. Grades der Funktion $f(x) = x^2 \ln x$ an der Entwicklungsstelle $x_0 = 1$ an. **3 Punkte**

4. Man bestimme $y'(x)$ für die implizit gegebene Funktion
$$y^3 x^5 + \sin(xy) = 10.$$
2 Punkte

5. Für die Funktion
$$f(x) = \frac{x}{1 + 4x^2}$$
berechne man die Nullstellen, die lokalen Extremstellen mit den zugehörigen Funktionswerten und die Art der Extrema. Außerdem untersuche man das Verhalten der Funktion für $|x| \to \infty$. **5 Punkte**

6. Die Funktion g ist durch
$$g(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^3, & 0 \le x \le 1 \\ x, & x > 1 \end{cases}$$
gegeben. Man stelle fest, an welchen Stellen $x \in \mathbb{R}$ die Funktion g differenzierbar ist. **3 Punkte**