Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. H.–Ch. Grunau
Dr. V. John

Magdeburg, 24.10.2001

# Seminaraufgaben zum Grundkurs Analysis

Studiengänge Mathematik, Technomathematik,
Wirtschaftsmathematik, Physik und Lehramt

## Serie 2

29.10. – 02.11.2001

**Die Lösung der Aufgabe 1 des Abschnittes Abbildungen ist in der Vorlesung am Donnerstag, dem 01.11.2001, schriftlich abzugeben !**

## Abbildungen

1. Man zeige, daß für zwei Abbildungen

$$f : A \to B \quad und \quad g : B \to C$$

folgendes gilt:

(a) $g \circ f$ injektiv $\Rightarrow$ $f$ injektiv;

(b) $g \circ f$ injektiv, $f$ surjektiv $\Rightarrow$ $g$ injektiv;

(c) $g \circ f$ surjektiv, $g$ injektiv $\Rightarrow$ $f$ surjektiv.

**5 Punkte**

2. Sei $f : M_1 \mapsto M_2$ eine bijektive Abbildung. Man zeige, $f^{-1} : M_2 \mapsto M_1$ ist auch bijektiv und es gilt $(f^{-1})^{-1} = f$.

3. Seien $f_1 : M_1 \mapsto M_2$ und $f_2 : M_2 \mapsto M_3$ bijektive Abbildungen. Man zeige, daß $f_2 \circ f_1 : M_1 \mapsto M_3$ auch bijektiv ist und daß gilt $(f_2 \circ f_1)^{-1} = f_1^{-1} \circ f_2^{-1}$.

## Reelle Zahlen

1. Seien $M$ ein total angeordneter Körper und $a, b, c, d, \lambda \in M$. Man beweise, daß stets gilt

(a) $a < b \Longrightarrow a + c < b + c$,

(b) $a < b \Longrightarrow -b < -a$,

(c) $a < b$ und $c > 0 \Longrightarrow ac < bc$,

(d) $a < b$ und $c < d \Longrightarrow a + c < b + d$,

(e) $0 < a < b$ und $0 < c < d \Longrightarrow ac < bd$.

2. Man beweise folgende Ungleichungen:

(a) Für beliebige $x, y, \omega \in \mathbb{R}, \omega > 0$ gilt

$$xy \leq \omega x^2 + \frac{1}{4\omega} y^2.$$

(b) Für beliebiges $x \in \mathbb{R}, x > 0$ gilt

$$x + \frac{1}{x} \geq 2.$$

3. Sei $M$ ein total geordneter Körper und $\emptyset \neq A \subset M$ eine nach oben beschränkte Menge. Man zeige, daß das Supremum von $A$ eindeutig bestimmt ist. Was kann man über das Maximum von $A$ aussagen ?

Die Übungsserien findet man auch im Internet unter
http://www-ian.math.uni-magdeburg.de/~home/john/LEHRE/lehre.html