Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John

Magdeburg, den 16.12.2002

Leistungskontrolle Nr. 3, Gruppe A
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Computermathematik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man berechne die Grenzwerte der Folgen

$$\lim_{n\to\infty} \frac{-n^{9/5}+3n^{7/3}+7n^{10/8}}{n^{15/10}-2n^{21/9}-4n^{16/9}}, \quad \lim_{n\to\infty} 2n(\sqrt{4n^2+1}-2n), \quad \lim_{n\to\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{n/4},$$

$n \in \mathbb{N}$. **5 Punkte**

2. Man zeige, daß die Folge $\{a_n\}_{n\geq 1}$ mit

$$a_{n+1} = \frac{14n^2+26n-4}{(7n+6)(2n+2)} a_n, \quad a_1 = \frac{2}{3}$$

konvergiert. **3 Punkte**

3. Man berechne Häufungspunkte, lim inf, lim sup, inf und sup der Folge

$$a_n = \frac{2}{3}(-1)^{n+1}\left(2+\frac{5}{n}\right), \quad n \geq 1.$$

4 Punkte

4. Man beweise die folgende Aussage oder finde ein Gegenbeispiel.
Wenn für die Folge $\{a_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ die Folge $\{b_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ mit

$$b_k = a_{k+1} - a_k \qquad k \in \mathbb{N}$$

eine Nullfolge ist, dann konvergiert die Folge $\{a_k\}_{k\in\mathbb{N}}$. **2 Punkte**

5. Sei $\{a_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge in $\mathbb{R}$ mit dem Grenzwert a. Weiterhin seien A und B Konstanten. Man zeige, daß aus

$$A \leq a_k \leq B \qquad \forall k \in \mathbb{N}$$

die Beziehung

$$A \leq a \leq B$$

folgt. **3 Punkte**