Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John

Magdeburg, den 26.11.2002

Leistungskontrolle Nr. 2, Gruppe B
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Computermathematik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Sei $z = a + ib$ eine komplexe Zahl. Man zeige
$$\operatorname{Im}(z) = \frac{z - \overline{z}}{2i}.$$
1 Punkt

2. Man berechne
$$\left|(1-2i)^2\right| \operatorname{Re}\left(\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)\right) + \operatorname{Im}\left(\frac{\pi}{10} + 4i\right) \arg(-5i).$$
Beim Argument nehme man den Hauptwert. **2 Punkte**

3. Man berechne $z = (1-i)^6$. **3 Punkte**

4. Man vereinfache
$$a_1 b_1 + \sum_{k=2}^{n}(a_k + a_{k+1})b_k - \sum_{k=1}^{n}(a_{k+1} + a_{k+2})b_{k+1} + a_{n+2}b_{n+1}.$$
3 Punkte

5. Man beweise, daß für beliebige reelle Zahlen a und b
$$\left(2a + \frac{b}{2}\right)^2 \le 5a^2 + \frac{5}{4}b^2$$
gilt. **2 Punkte**

6. Man untersuche, ob $(\mathbb{R}^2, d)$ mit
$$d(x,y) = x_1^2 + x_2^2 + y_1^2 + y_2^2, \quad x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2)$$
ein metrischer Raum ist. **2 Punkte**

7. Man zeige, daß $(\mathbb{R}^n, d)$ mit $x = (x_1, \ldots, x_n)$, $y = (y_1, \ldots, y_n) \in \mathbb{R}^n$ und
$$d(x,y) = \sum_{j=1}^{n} |x_j - y_j|$$
ein metrischer Raum ist. **4 Punkte**