Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John

Magdeburg, den 25.11.2002

Leistungskontrolle Nr. 2, Gruppe A
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Computermathematik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Sei $z = a + ib$ eine komplexe Zahl. Man zeige
$$Re(z) = \frac{z + \overline{z}}{2}.$$
1 Punkt

2. Man berechne
$$\arg(5i) \cdot \left|(2+2i)^2\right| + \mathrm{Re}(3-\pi) \cdot \mathrm{Im}\left[\sqrt{2}\left(\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right)\right].$$
Beim Argument nehme man den Hauptwert. **2 Punkte**

3. Man berechne $z = (1+i)^6$. **3 Punkte**

4. Man vereinfache
$$\frac{x_0 y_0}{y_0 + y_1} + \sum_{k=0}^{n} y_{k+1}\left(\frac{x_{k+1}}{y_{k+1} + y_{k+2}} + \frac{x_k}{y_k + y_{k+1}}\right) + \frac{x_{n+1} y_{n+2}}{y_{n+1} + y_{n+2}},$$
wobei $x_k, y_k \in \mathbb{R}$ und $y_k > 0$ für $k = 0, \dots, n+2$ sind. **3 Punkte**

5. Man beweise, daß für beliebige reelle Zahlen a und b
$$(a+b)^2 \le 2(a^2 + b^2)$$
gilt. **2 Punkte**

6. Man untersuche, ob $(\mathbb{R}^2, d)$ mit
$$d(x,y) = |x_1| + |x_2| + |y_1| + |y_2|, \quad x = (x_1, x_2), y = (y_1, y_2)$$
ein metrischer Raum ist. **2 Punkte**

7. Man zeige, daß $(\mathbb{N}, d)$ mit
$$d(m,n) = \left|\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right|$$
ein metrischer Raum ist. **4 Punkte**