Fakultät für Mathematik
Institut für Analysis und Numerik
Prof. Dr. L. Tobiska
Dr. V. John

Magdeburg, den 14.11.2002

Leistungskontrolle Nr. 1, Gruppe C
Grundkurs Analysis
Studiengänge Mathematik, Technomathematik
Wirtschaftsmathematik, Physik und Lehramt

Name:

Studiengang:

Matrikelnummer:

Achtung: Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen und Nebenrechnungen sind abzugeben. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Man forme
$$\cos(-\alpha+\beta-\gamma)$$
so um, daß man einen Ausdruck enthält, in dem nur Funktionen der Form $\sin x$ und $\cos x$ mit $x \in \{\alpha,\beta,\gamma\}$ auftreten. **2 Punkte**

2. Man vereinfache
$$\log_{\sqrt[3]{x}} x^7, \quad \log_{y^3} x + \log_{y^2} x.$$
2 Punkte

3. Man beweise mit vollständiger Induktion
$$1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2 = \sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$
5 Punkte

4. Man zeige, daß für beliebige Mengen A, B, C, D gilt
$$(A \setminus (B \cup C)) \times D = ((A \setminus B) \times D) \cap ((A \setminus C) \times D)\,.$$
4 Punkte

5. Man untersuche, ob folgende Teilmengen $F \subset \mathbb{R}\times\mathbb{R}$ Abbildungen von $\mathbb{R}$ in $\mathbb{R}$ sind :
   i) $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; e^y = x^2-4x+4\}$,
   ii) $F = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; y^4 = \sin^4 x\}$.

   2 Punkte

6. Man untersuche folgende Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität :
   i) $F \;:\; \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ mit $F(x) = e^{(x^4)}$,
   ii) $F \;:\; \left(\frac{\pi^2}{4}, \frac{9\pi^2}{4}\right) \to \mathbb{R}$ mit $F(x) = \tan\sqrt{x}$.

   2 Punkte