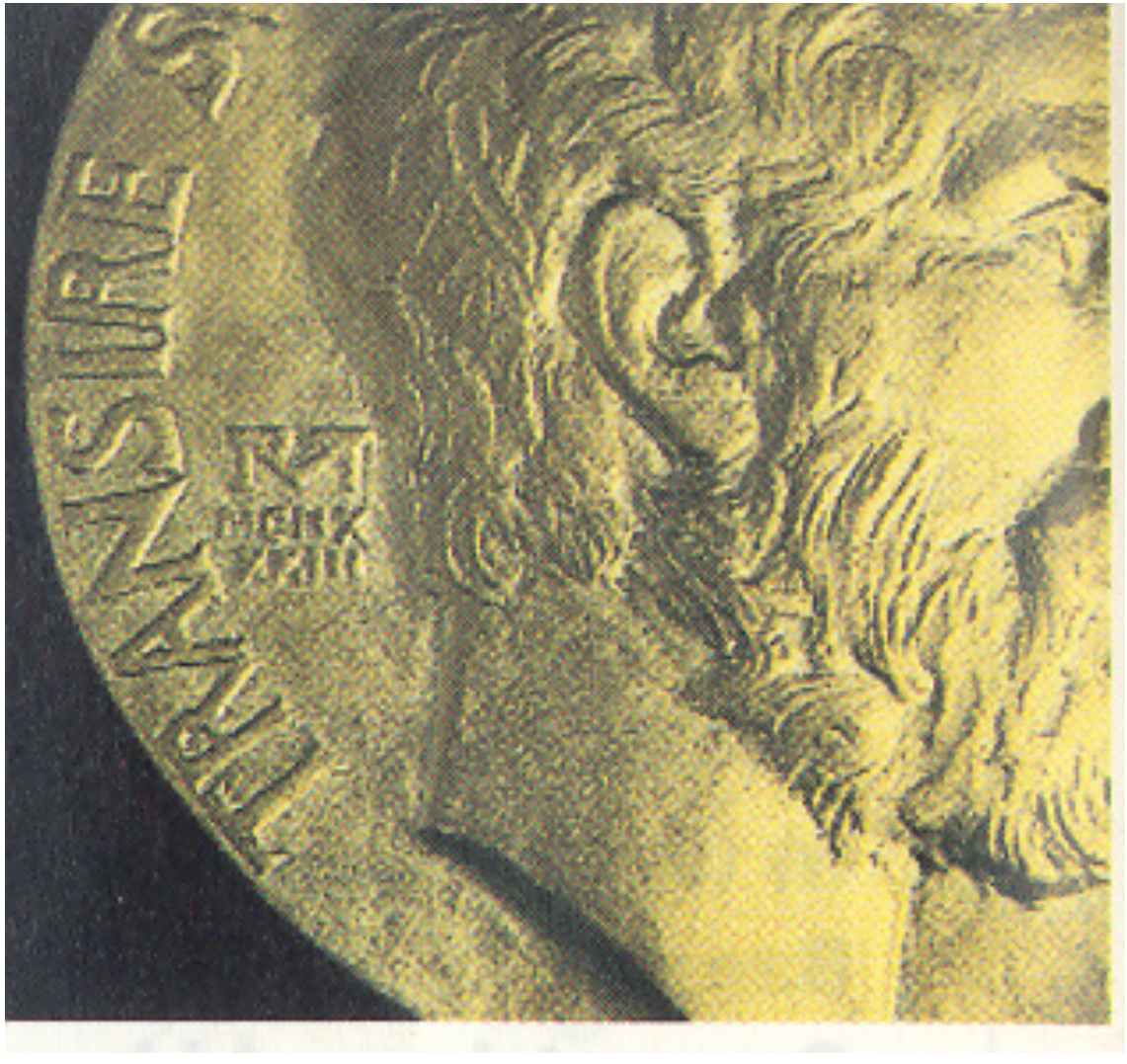
Gottfried Wilhelm Leibniz – Universalhistoriker und herausragender Mathematiker

Eberhard Knobloch
BBAW / TU Berlin

Fields medal: www.mathunion.org/general/prizes/fields/details

MCNXXXIII !



Michael Atiyah

Michael Atiyah, 16.07.2000 11:48 Uhr +0100, Fields Medal 1

Envelope-to: ehkn0132@mailszrz.zrz.tu-berlin.de
Date: Sun, 16 Jul 2000 11:48:32 +0100
From: Michael Atiyah <atiyah@maths.ed.ac.uk>
X-Accept-Language: en
To: eberhard.knobloch@tu-berlin.de
Subject: Fields Medal
Status:

I had a look at my Fields Medal. It took me a little time to find the date you mentioned. I believe you are correct in saying that the second
M appears as an N and is therefore a mistake. However it is in very small characters and the difference at that scale between M and N is almost not visible to the naked eye.

Michael Atiyah

Programm

- 1. Strenge Begründung der Infinitesimalgeometrie
- 2. Der Erfinder der Differential- und Integralrechnung
- 3. Konzeption einer allgemeinen Kombinatorik und seine Beiträge dazu
- 4. Erfindung der ersten Vier-Spezies-Rechenmaschine, Dyadik
- Epilog

1. Strenge Begründung der Infinitesimalgeometrie (Integrationstheorie)

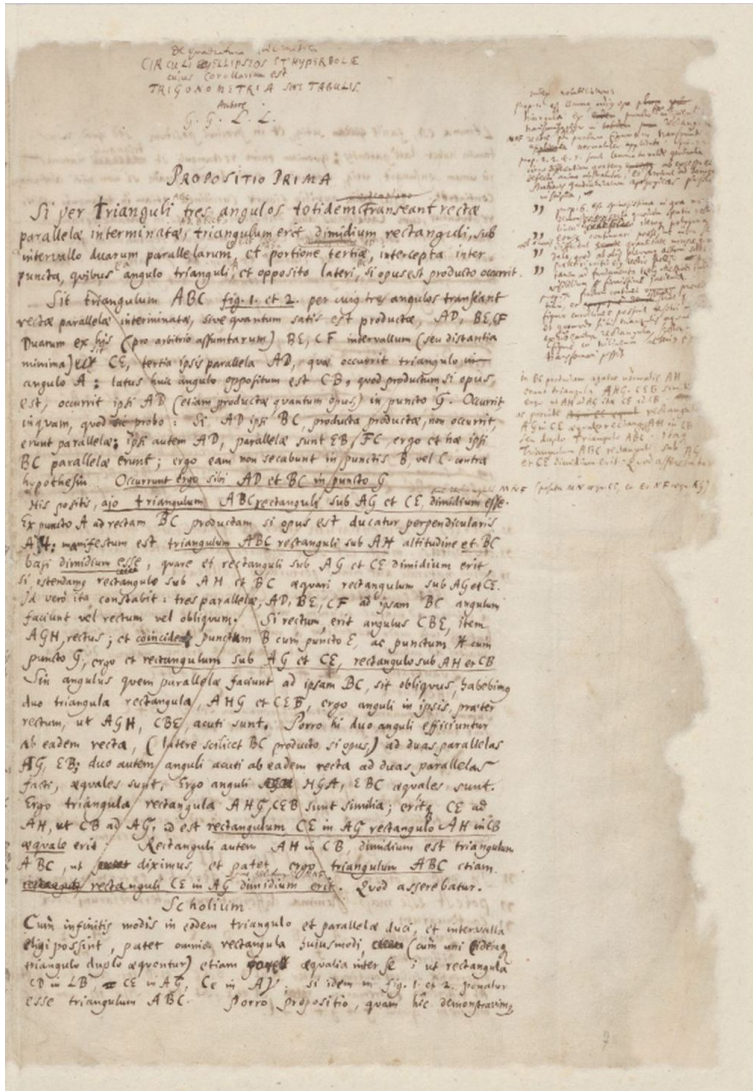
- Morris Kline 1972, 384:
- Leibniz ʻs work...was so incomplete and fragmentary that it was barely intelligible. Neither Newton nor Leibniz clearly understood nor rigorously defined his fundamental concepts.

Morris Kline 1972, 387

- Newton and Leibniz relied upon...the fecundity of the methods to push ahead without rigor.

- Und heute? (November 2016)

De quadratura arithmetica circuli, ellipseos et hyperbolae, 1675/76



CIRCULI ELLIPSIS ET HYPERBOLE
cuius Corollarium est
TRIGONOMETRIA SIVE TABULIS
Autore
G. G. L.

PROPOSITIO PRIMA

Si per trianguli tres angulos totidem transeant rectæ parallelæ interminatæ, triangulum erit dimidium rectanguli, sub intervallo duarum parallelarum, et portione tertiæ, intercepta inter puncta, quibus angulo trianguli, et opposito lateri, si opus est producto occurrit.

Sit triangulum ABC fig. 1. et 2. per cuius tres angulos transeant rectæ parallelæ interminatæ, sive quantum satis est productæ, AD, BE, CF Duarum ex ipsis (pro arbitrio assumtarum) BE, CF intervallum (seu distantia minima) est CE, tertia ipsis parallela AD, quæ occurrit triangulo in angulo A; latus huic angulo oppositum est CB, quod productum si opus est, occurrit ipsi AD (etiam productæ quantum opus) in puncto G. Occurrit inquam, quod sic probo: Si AD ipsi BC, producta productæ, non occurrit, erunt parallelæ; ipsi autem AD, parallelæ sunt EB, FC ergo et hæ ipsi BC parallelæ erunt; ergo eam non secabunt in punctis B, vel C contra hypothesin. Occurrunt ergo sibi AD et BC in puncto G.

His positis, ajo triangulum ABC rectangulo sub AG et CE dimidium esse. Ex puncto A ad rectam BC producam si opus est ducatur perpendicularis AH; manifestum est triangulum ABC rectangulo sub AH altitudine et BC basi dimidium esse; quare et rectangulo sub AG et CE dimidium erit, si ostendam rectangulo sub AH et BC æquari rectangulum sub AG et CE. Id vero ita constabit: tres parallelæ, AD, BE, CF ad ipsam BC angulum faciunt vel rectum vel obliquum. Si rectum, erit angulus CBE, item AGH, rectus; et coincidet punctum B cum puncto E, ac punctum H cum puncto G, ergo et rectangulum sub AG et CE, rectangulo sub AH et CB

Sin angulus quem parallelæ faciunt ad ipsam BC, sit obliquus, habebimus duo triangula rectangula, AHG et CEB, ergo anguli in ipsis, præter rectum, ut AGH, CBE acuti sunt. Porro hi duo anguli efficiuntur ab eadem recta, (latere scilicet BC producto si opus) ad duas parallelas AG, EB; duo autem anguli acuti ab eadem recta ad duas parallelas facti, æquales sunt, ergo anguli HGA, EBC æquales sunt. Ergo triangula rectangula AHG, CEB sunt similia; erit, CE ad AH, ut CB ad AG; id est rectangulum CE in AG rectangulo AH in CB æquale erit. Rectanguli autem AH in CB dimidium est trianguli ABC, ut diximus et patet, ergo triangulum ABC etiam rectanguli CE in AG dimidium erit. Quod asserebatur.

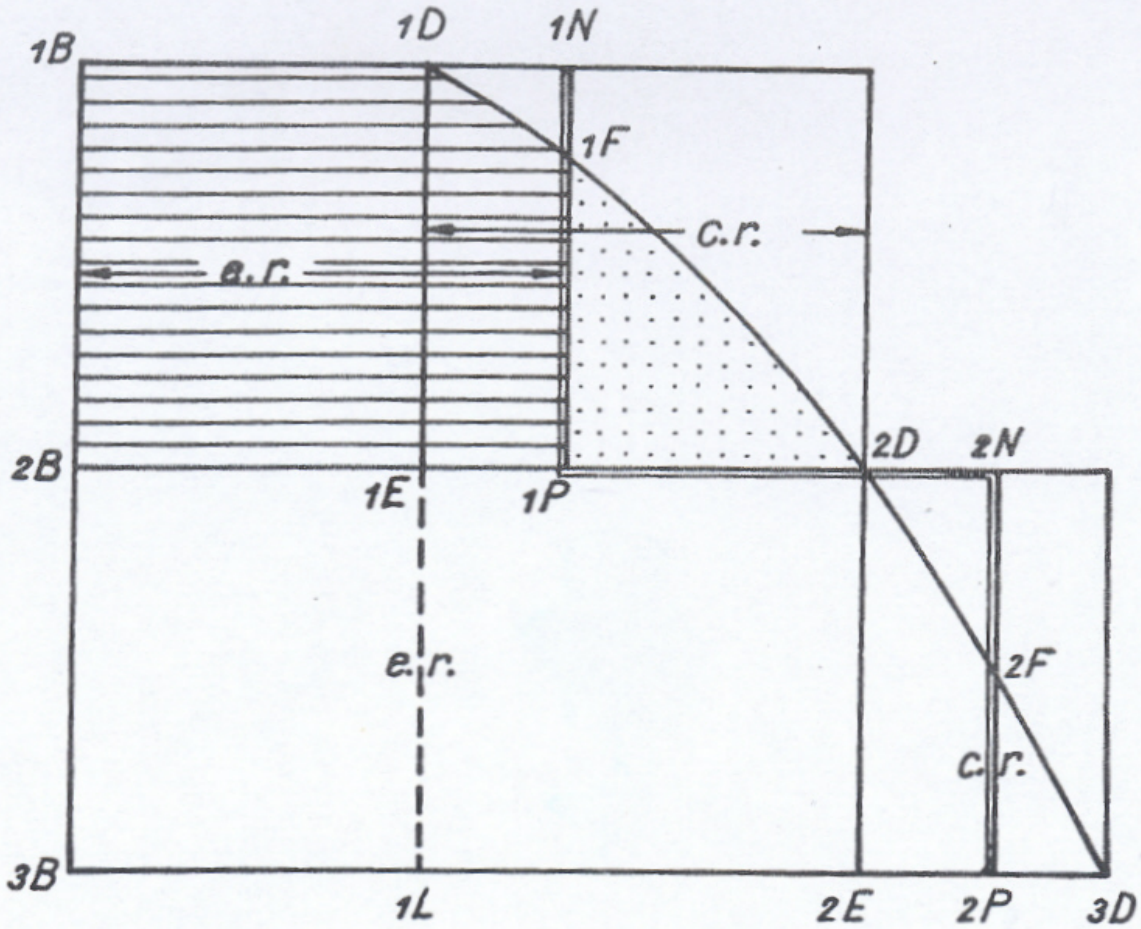
Scholium

Cum infinitis modis in eadem triangulo et parallelæ duci, et intervalla eligi possint, patet omnia rectangula sublimioli (cum uni eodemque triangulo duplo æquentur) etiam inter se æqualia inter se; ut rectangula CD in LB = CE in AG, CE in AF; si idem in fig. 1. et 2. ponatur esse triangulum ABC. Porro propositio, quam hic demonstravimus,

De quadratura etc. (1993; 2016) Theorem 6

- Hujus propositionis lectio omitti potest, si quis in demonstranda prop. 7. summum rigorem non desideret. Ac satius erit eam praeteriri ab initio, reque tota intellecta tum demum legi, ne ejus scrupulositas fatigatam immature mentem a reliquis, longe amoenioribus, absterreat. Hoc unum enim tantum conficit duo spatia, quorum unum in alterum desinit si in infinitum inscribendo progrediare; etiam numero inscriptionum manente finito tantum, ad differentiam assignata quavis minorem sibi appropinquare. Quod plerumque etiam illi sumere pro confesso solent, qui severas demonstrationes afferre profitentur.

Beweis zu Satz 6



Beweis von Satz 6

- 1. Partition des Integrationsintervalls
- 2. Abschätzung der Differenz zwischen einem elementaren Rechteck e.r. und einer gemischtlinigen Figur
- 3. Beweis durch Reduktion
- 4. Abschätzung über alle solche Rechtecke und gemischtlinigen Figuren f_i

Beweisfortsetzung

- 5. Summe C der Flächen aller c.r.
- 6. Abschätzung der Differenz zwischen der Summe M der Flächen aller gemischtlinigen Figuren und der Summe E der Flächen aller elementaren Rechtecke
- 7. Reduktion der Abschätzungsgröße ${}_1L_3D.h_m$
- 8. Reduktion der Differenz aus Schritt 6

Bewiesene Methode

- Adeoque methodus indivisibilium, quae per summas linearum invenit areas spatiorum, pro demonstrata haberi potest.

Scholium

- Hac propositione supersedissem lubens, cum nihil sit magis alienum ab ingenio meo quam scrupulosae quorundam minutiae in quibus plus ostentationis est quam fructus, nam et tempus quibusdam velut caeremoniis consumunt, et plus laboris quam ingenii habent, et inventorum originem caeca nocte involvunt, quae mihi plerumque ipsis inventis videtur praestantior. Quoniam tamen non nego interesse Geometriae ut ipsae methodi ac principia inventorum tum vero theoremata quaedam praestantiora severe demonstrata habeantur, receptis opinionibus aliquid dandum esse putavi.

Mémoire de Mr. G. G. Leibniz touchant son sentiment sur le calcul différentiel 1701

- Car au lieu de l ‘infini ou de l ‘infiniment petit, on prend des quantités aussi grandes et aussi petites qu‘il faut pour que l‘erreur soit moindre que l‘erreur donnée, de sorte qu‘on ne diffère du stile d‘Archimède que dans les expressions, qui sont plus directes dans notre méthode et plus conformes à l‘art d‘inventer.

2. Der Erfinder der Differential- und Integralrechnung

- Grundlegende Einsichten 1673/74:
- Wohl definierter Begriff von unendlich klein
- Charakteristisches Dreieck: (Pascal ‘s Traité des sinus du quart de cercle) $dx:dy:ds=y:(r-x):r$
- Transmutationssatz: Integraltransformation
- $\int y dx=1/2(xy+\int z dx)$, $z=y-x(dy/dx)$
- (partielle Integration)
- Quadratur des Kreises: $\pi/4=1- 1/3 + 1/5 \pm$

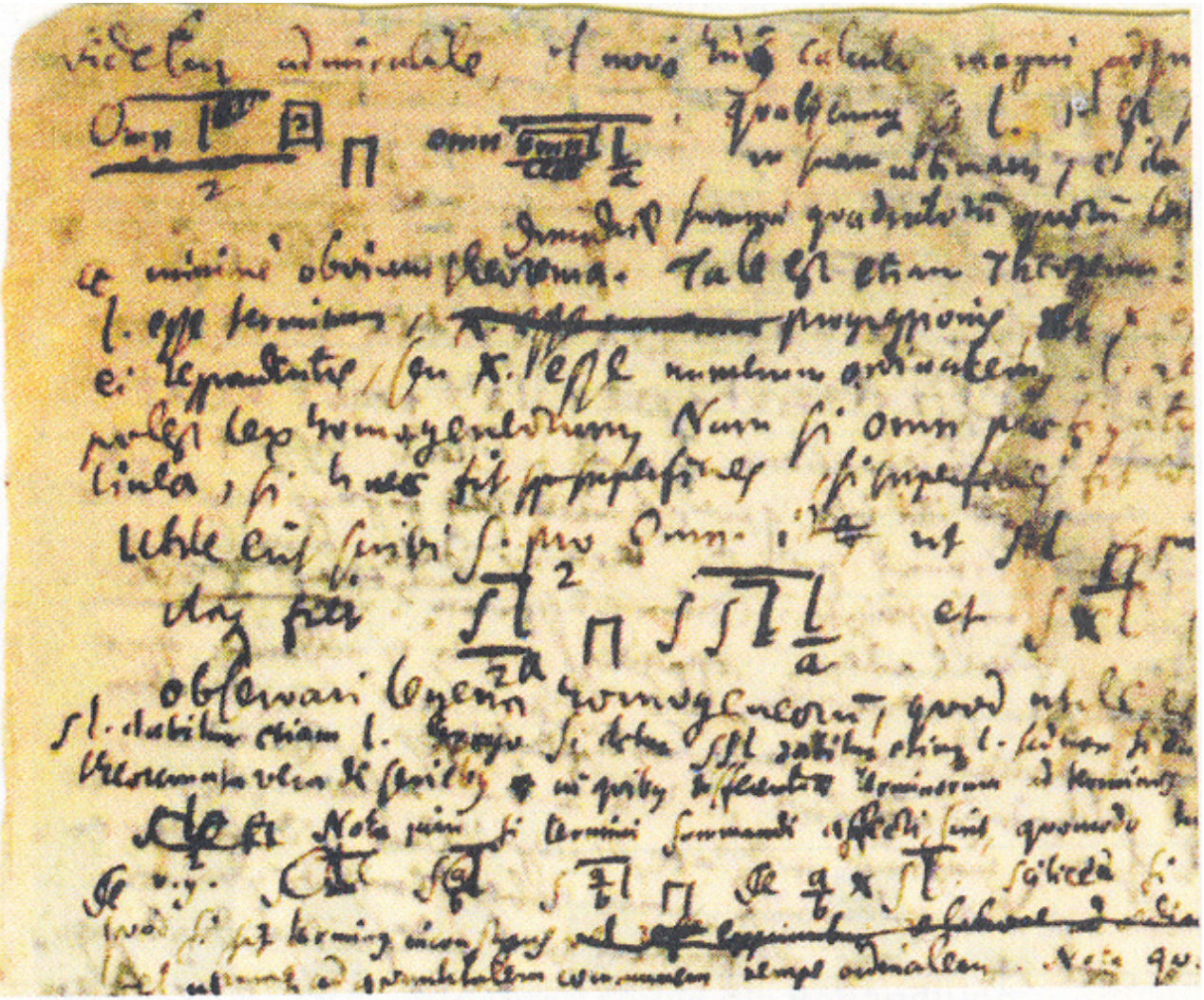
Rolle der arithmetischen Quadratur des Kreises

- Prinzip der Linearisierung:
- Sentient autem (sc. lectores) quantus inveniendi campus pateat, ubi hoc unum recte perceperint, figuram curvilineam omnem nihil aliud quam polygonum laterum numero infinitorum, magnitudine infinite parvorum esse.
- (Für den Kreis: Viète, Galilei)
- Konvergenzkriterium für alternierende Reihen (mit Beweis) (Brief an Johann Bernoulli)

Geburtstag des Calculus

- 5 Hss. vom 25. Oktober bis zum 11. November 1675
- Geburtstag des Integralzeichens $\int$ für Summen
- am 29. Oktober
- Geburtstag des Zeichens d für Differenzen am 11. November
- Symbole stehen für Operationen: Suche nach Operationsregeln (Analogie zwischen Summenkalkül (Quadraturen) und Differenzenkalkül (Tangenten))

Das Integralzeichen wird geboren



Differentiale

- Differential einer Variablen x ist die unendlich kleine Differenz zwischen 2 aufeinander folgenden Werten von x
- Regeln: $da=0$, $d(u+v)=du+dv$, $d(uv)=udv+vdu$
- usf.
- 1. Veröffentlichung: Okt. 1684 „Neue Methode für Maxima und Minima wie auch für Tangenten...“
- Hauptsatz folgt aus der Beziehung zwischen Summenfolgen und Differenzenfolgen

Anwendungen

- Spezielle Kurven (oft durch Differentialgleichungen definiert):
- Kettenlinie 1686
- Brachistochrone (Zykloide) 1697: Ursprung des Variationskalküls
- Enveloppen, Trajektorien, Kaustiken, Isochronen usf.

3. Seine Konzeption einer allgemeinen Kombinatorik und seine Beiträge dazu

- Algebra Zahlentheorie Versicherungs-
- rechnung

linear nichtlinear Partitionen

Deter- endl.Gl.

nanten unendl.Gl.

symm. F.

3.1 Determinanten

- Systeme linearer, inhomogener Gleichungen
- Resultanten zweier Polynome
- Elimination einer gemeinsamen Variablen aus algebraischen Gleichungen

Leibniz 1684 (1972)

- $10+11a=0 \;\; / \; .21$
- $20+21a=0 \;\; / \; .(-11)$
- 1) $10.21+11.21a$ 2) 10.21
- $-11.20 -11.21a \;=0$ $-11.20 \;=0$
- 3) $+{}_{1}0.{}_{2}1$ 4) $+0.1$
- $-{}_{1}1.{}_{2}0 \;=0$ $-1.0 \;=0$
- 5) $\overline{0.1} =0 \;\; = \begin{vmatrix} 10 & 20 \\ 11 & 21 \end{vmatrix}$
-

Allgemeine Zeichenregel (Januar 1684)

- Terme, die durch eine ungerade Anzahl von Transpositionen des linken oder rechten Index auseinander hervorgehen, haben verschiedene Vorzeichen; im Falle einer geraden Anzahl haben sie das gleiche Vorzeichen
- Cramer (1750!) verwandte Inversionen der Indizes

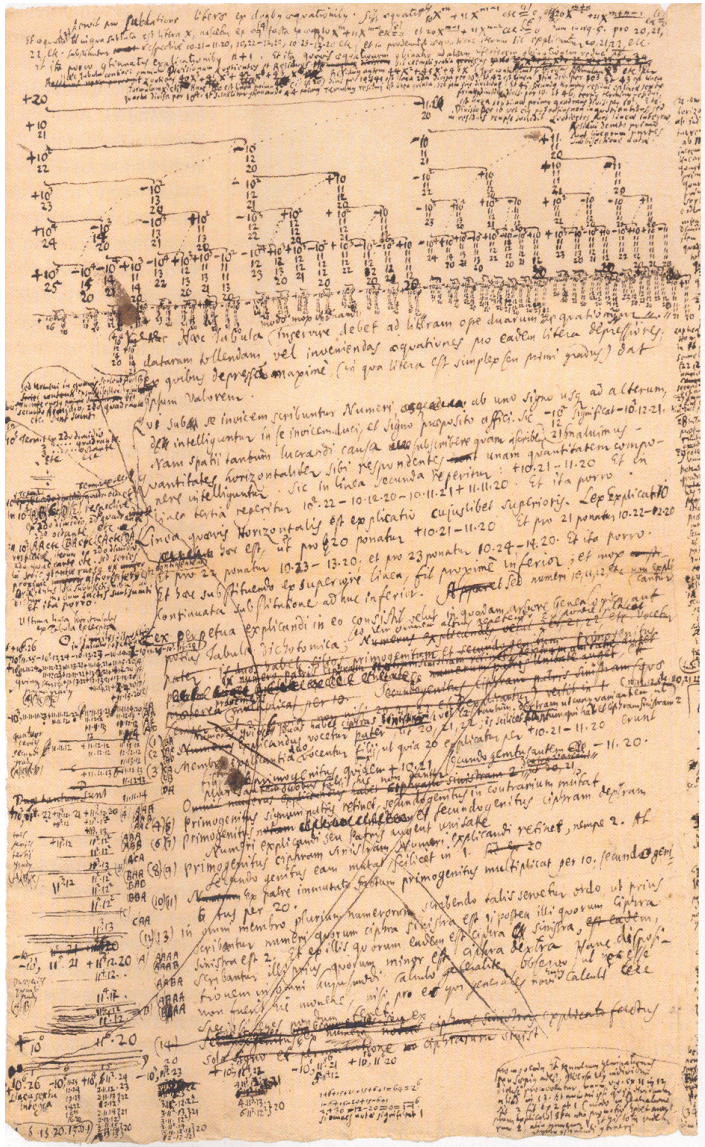
Allgemeine Sätze

- Vertauschung von Zeilen und Spalten
- $\overline{2.1.3} = -\overline{1.2.3}, \quad \overline{3.1.2} = \overline{1.2.3}$
- Vertauscht man zwei Zeilen (Spalten), so ändert die Determinante ihr Vorzeichen. Bringt man die Zeilen 1, 2, ...,n (Spalten) von A in die Folge $k_1, k_2, \ldots, k_n$, so wird die Determinante mit dem Vorzeichen dieser Permutation multipliziert.

Allgemeine Sätze

- Laplacescher Entwicklungssatz: Die Gleichung
- $\overline{0.1.2.3} = 0$ kann auf folgende 4 Weisen geschrieben werden.
- $\overline{0.1.2}.{}^{4}3-\overline{0.1.3}.{}^{4}2+\overline{0.2.3}.{}^{4}1-\overline{1.2.3}.{}^{4}0=0$
- $\overline{0.1.2}.{}^{3}3-\overline{0.1.3}.{}^{3}2+\overline{0.2.3}.{}^{3}1-\overline{1.2.3}.{}^{3}0=0$
- $\overline{0.1.2}.{}^{2}3-\overline{0.1.3}.{}^{2}2+\overline{0.2.3}.{}^{2}1-\overline{1.2.3}.{}^{2}0=0$
- $\overline{0.1.2}.{}^{1}3-\overline{0.1.3}.{}^{1}2+\overline{0.2.3}.{}^{1}1-\overline{1.2.3}.{}^{1}0=0$
- Keine Adjunkten, nur Unterdeterminanten n-1ter Ordnung

Eliminationstheorie



Eliminationstheorie

- Berechnung der Resultante zweier Polynome
- Vorwegnahme von
- Sylvesters dialytischer Methode (1840): 1679/81
- Eulers (1748) und Bézouts Methode (1764): Verwendung von Hilfspolynomen 1683/84
- Kannte die Dimensions- und Homogenitätseigenschaften der Resultante: 1692/93

3.2 Symmetrische Funktionen

- Tafeln für die Anzahl von Termen in einer symmetrischen Funktion
- Multiplikationstafeln
- Hauptsatz der Theorie der sym. Funktionen
- Girards Formel (Potenzsummen)
- Reduktion multiformer symmetrischer Funktionen auf Potenzsummen

Symmetrisches Polynom $l^h m^r n^s$...

- p= h+r+s... Grad des Polynoms, k Zahl der Variablen l, m, n,...eines einzelnen Terms, v Zahl der zugelassenen Variablen, d Zahl der paarweise verschiedenen Exponenten
- $l^4 m^4 n^3 o$ oder $l^3 m^2 no$
- k= 4= 2+1+1 = 2.1 + 1.2 = $2r_2+1r_1$
- Betrachte die verschiedenen Exponenten
- Suche die Häufigkeit ihres Auftretens
- Beschreibe den Typ der Wiederholung durch eine Partition

Fortsetzung

- (2) Typ des darstellenden Terms

  Beispiel: $l^3m^3n^2o^2p$, k=5, v=6
- 1. $\binom{6}{5}$ = 6
- 2. lmnop - l^3m^3nop
- $\binom{5}{2}$ = 10, 6.10=60 Terme des Typs l^3m^3nop
- 3. l^3m^3nop - $l^3m^3n^2o^2p$
- $\binom{3}{2}$ = 3, 60.3 = 180 Terme

- Ars condendi tabulas

TABULA PRO NUMERIS TERMINORUM IN QUALIBET FORMA
[Mai 1677 – Mai 1678]

Überlieferung: L Konzept: LH XXXV 14,1 Bl.293. Das Blatt (ehemals 2°) ist an zwei Seiten beschnitten und mißt etwa 19,5 x 31 cm; eine trapezförmige Ecke (Höhe 13,5 cm, Grundseiten 7 bzw. 10 cm) fehlt. 1 S.

Numerus Terminorum in qualibet forma specimen est artis Combinatoriae sed usum praeterea habet maximum ad multiplicationes formarum in se invicem compendio faciendas.

formae	l 1	lm 2	lmn 3	lmno 4	lmnop 5	lmnopq 6	&c. 7	8	9	10	A	Numeri literarum seu Naturales
$lm.(l^2m^2.l^3m^3)$&c.	0	1	3	6	10	15	21	28	36	45[1]	B	Numeri Combinationum seu Triangulares
$l^2m(l^3m.l^3m^2)$	0	2	6	12	20	30	42	56	72	90[1]	2B	..... dupli B nam lm dabit l^2m lm^2 ln l^2n ln^2 mn m^2n mn^2
$lmn(l^2m^2n^2.l^3m^3n^3)$	0	0	1	4	10	20	35	56	84	120	C	Numeri Con3nationum seu Pyramidales
$l^2mn(l^2m^2n.l^3m^2n^2)$	0	0	3	12	30	60	105	168	252	360	3C	..... tripli C nam lmn dat $l^2mn.lm^2n.lmn^2$
$l^3m^2n(l^4m^3n^2.l^4m^2n)$	0	0	6	24	60	120	210	.....			2,3C	..... Nam varietates l^3m^2n fiunt ex varietatibus l^2mn. hoc modo quilibet hujus formae terminus, ut l^2mn dat duos terminos prioris formae, ut l^2mn dat l^2m^3n, l^2mn^3
lmno(etc.)	0	0	0	1	5	15	35	70	126	210	D	Numeri Con4nationum seu Triangulo-Triangulares
l^2mno	0	0	0	4	20	60	140				4D	$l^2mno.lm^2no.lmn^2o.lmno^2$ ex lmno
l^2m^2no	0	0	0	6	30	90	210				$\frac{3,4}{2}$D	$(l^2)m^2no.(l^2)mn^2o.(l^2)mno^2$ ex l^2mno Ubi patet $l^2(m^2)no.l(m^2)n^2o.l(m^2)no^2$ ex lm^2no terminum l^2m^2no bis prodire eodem modo et reliquos omnes. Ergo ad habendum numerum terminorum formae l^2m^2no ex variatione unius termini in forma l^2mno,debent variationes provenientes dimidiari.
$l^3m^2no(l^4m^4n^2o.l^4m^3no)$	0	0	0	12	60	180					3,4D	$l^3m^2no.l^3mn^2o.l^3mno^2$ ex l^3mno.:Nec metuendum hic, ut si caeteros formae variandae (l^3mno) terminos, ut lm^3no varies, redeat aliquis terminus producendae formae in $l^2m^3no.lm^3n^2o.lm^3no^2$ ex lm^3no. ratio est quia nunquam iterum redibit l^3. Quod secus erat in producenda forma l^2m^2no, ubi l^2 duobus modis prodire poterat, uno ex forma varianda, altera ex variatione.
$l^4m^3n^2o$	0	0	0	24	120	360					2,3,4D	$l^4m^3n^2o.l^4m^3no^2$ ex l^4m^3no $l^3m^4n^2o.l^3m^4no^2$ l^3m^4no
lmnop	0	0	0	0	1	6	21	56	126	252	E	Numeri Con5nationum seu Trianguli- Pyramidales
l^2mnop	0	0	0	0	5	30					5E	$l^2mnop.lm^2nop.lmn^2op.lmno^2p.lmnop^2$ ex lmnop
l^2m^2nop	0	0	0	0	10	60		560			$\frac{4,5}{2}$E	$(l^2)m^2nop.(l^2)mn^2op.(l^2)mno^2p.(l^2)mnop^2$ ex l^2mnop. $l^2(m^2)nop.l(m^2)n^2op.l(m^2)no^2p.l(m^2)nop^2$ ex lm^2nop.Unde patet Numerum formae l^2m^2nop esse $\frac{4,5}{2}$E. Nam si nulli repeterentur termini variatione producti foret numerus 4,5E: idem autem terminus non nisi bis prodit, quod jam tum praescire possumus, quia 4,5 , seu 20 non potest dividi per 3, sed per 2. Nam quater aut quinquies prodire non posse, manifestum est.
l^3m^2nop	0	0	0	0	20	120					4,5E	$l^3m^2nop.l^3mn^2op.l^3mno^2p.l^3mnop^2$ ex l^3mnop
$l^3m^2n^2op$	0	0	0	0	30	180					$\frac{3,4,5}{2}$E	Nam numerus terminorum hujus formae fit ex 4,5E numero terminorum praecedentis formae multiplicando eum per $\frac{3}{2}$, cujus rei ratio est, quod omisso l^3,quia per variationem non producitur, perinde est ac si ex m^2nop per variationem produceremus m^2n^2op, sive si ex l^2mno cujus numerus erat 4D, produceremus l^2m^2no cujus numerus est $\frac{3,4}{2}$D. quod fit numerum formae variandae multiplicando per $\frac{3}{2}$.
$l^4m^3n^2op(l^4m^3n^2o^2p)$	0	0	0	0	60	360					3,4,5E	
$l^5m^4n^3o^2p$	0	0	0	0	120	720					2,3,4,5E	
lmnopq	0	0	0	0	0	1	7	28	84	210	F	Numeri Con6nationum seu Pyramido-pyramidales
l^2mnopq	0	0	0	0	0	6	42	168	504	1260	6F	
l^2m^2nopq	0	0	0	0	0	15	105	420[2]			$\frac{5,6}{4}$F	brevius quod sex rerum combinationes 15
l^3m^2nopq	0	0	0	0	0	30	210				5,6F	
$l^2m^2n^2opq$	0	0	0	0	0	20	140[3]				$\frac{4,5,6}{2,3}$F	$l^2m^2n^2opq.l^2m^2no^2pq.l^2m^2nop^2q.$ $l^2m^2nopq^2$ ex l^2m^2nopq $l^2m^2n^2opq.l^2mn^2o^2pq.l^2mn^2op^2q.$ $l^2mn^2opq^2$ ex l^2mn^2opq $l^2m^2n^2opq.lm^2n^2o^2pq.lm^2n^2op^2q.$ $lm^2n^2opq^2$ ex lm^2n^2opq
$l^4m^3n^2opq$	0	0	0	0	0	120	840				4,5,6F	
$l^3m^2n^2p^2pq$	0	0	0	0	0	60	420				$\frac{4,5,6}{2}$F[5]	
$l^3m^3n^2o^2pq$	0	0	0	0	0	90					$\frac{3,4,5,6}{4}$F	fit ex l^2m^2nopq quia 4 rerum nopq sex sunt combinationes quarum duae quaelibet ad cubum possunt attolli

1) 54 108 *L ändert Hrsg.* 2) 240 *L ändert Hrsg.* 3) 280 *L ändert Hrsg.* 4) $\frac{4,5,6}{3}$F *L ändert Hrsg.* 5) $\frac{3,4,5,6}{3}$F *gestr. L*

$l^4m^3n^2o$	.	.	.	.	.	0	0	0	24	120	360	.	.	.	.	2,3,4D
lmnop	.	.	.	.	.	0	0	0	0	1	6	21	56	126	252	E
l^2mnop	.	.	.	.	.	0	0	0	0	5	30	.	.	.	.	5E
l^2m^2nop	.	.	.	.	.	0	0	0	0	10	60	.	.	560	.	$\frac{4,5}{2}$E
l^3m^2nop	.	.	.	.	.	0	0	0	0	20	120	.	.	.	.	4,5E
$l^3m^2n^2op$	.	.	.	.	.	0	0	0	0	30	180	.	.	.	.	$\frac{3,4,5}{2}$E

De resolutione aequationis quinti gradus um 1677-1679

Ergo ordine scribemus

$\int 1$ aequ. x

$\int 1l$ aequ. x^2-2y

$\int 1^3$ aequ. $x^3-3xy+3z$

$\int 1^4$ aequ. $x^4-4x^2y+4xz+2yy-4\omega$

$\int 1^5$ aequ. $x^5-5x^3y+5x^2z+5xyy-5x\omega-5yz$

$\int 1^6$ aequ. $x^6-6x^4y+6x^3z+9x^2y^2-6x^2\omega[-12xyz]-2y^3+3zz+6y\omega$

$\int 1^7$ aequ. $x^7-7x^5y+7x^4z+14x^3y^2-7x^3\omega[-21x^2yz]-7xy^3+7xz^2[+14xy\omega]$
$+7y^2z-7z\omega$

$\int 1^8$ aequ. $x^8-8x^6y+8x^5z+20x^4y^2-8x^4\omega[-32x^3yz]-16x^2y^3+12x^2z^2$
$[+24x^2y\omega][+24xy^2z-16xz\omega]+2y^4-8y^2\omega-8yzz+4\omega^2$

$\int 1^9$ aequ. $x^9-9x^7+9x^6z+27x^5y^2-9x^5\omega[-45x^4yz]-30x^3y^3+18x^3z^2$
$[+36x^3y\omega][+36x^2y^2z-27x^2z\omega]+9xy^4[-27xy^2\omega-27xyz^2]$
$+9x\omega^2-9y^3z[-18yz\omega]+3z^2$

$35x^6y^2$ $50x^4y^3$ $25x^4z^2$
$15x^2\omega^2$ $+25x^2y^4$

Nullam unquam Tabulam numerorum vidi ex qua plura Mysteria pulcherrima duxerim

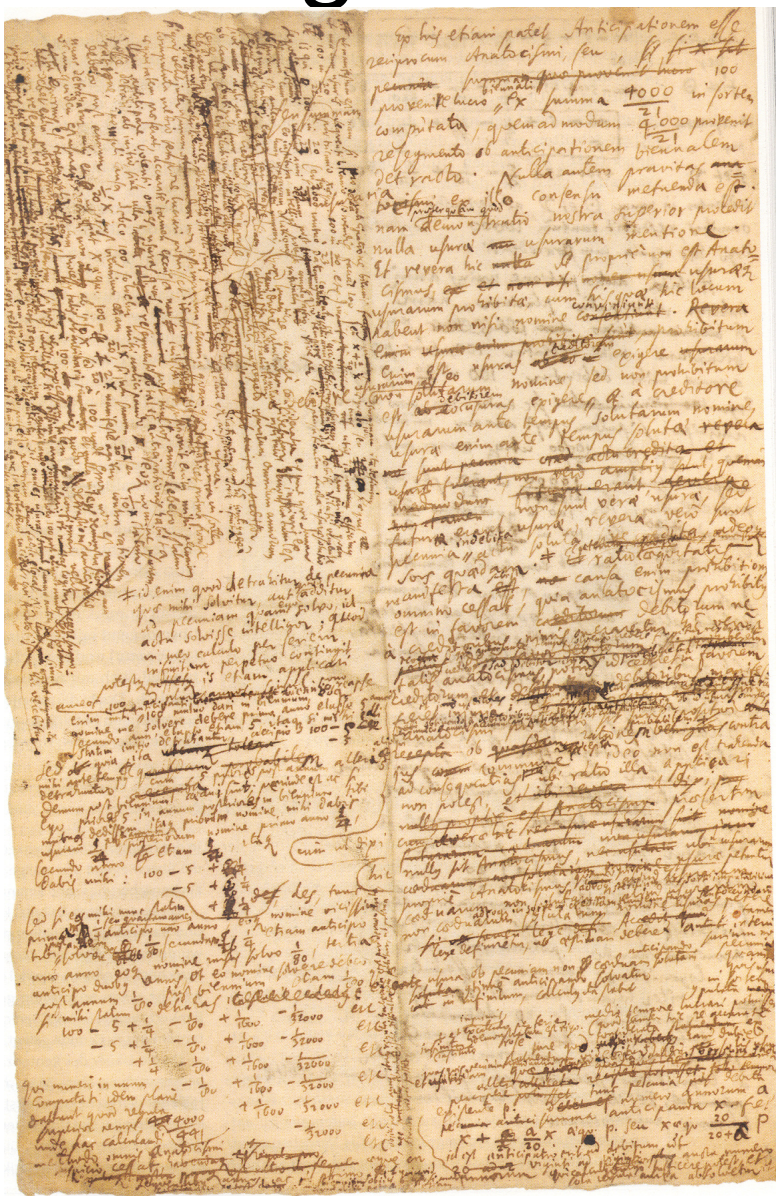
$1x$ $3xy$ $5xy^2$ $7xy^3$ $9xy^4$ $2y$ $5yz$ $8yz^2$ $11yz^3$

ubicunque dimensio parium ($y.\omega$) impar ibi est signum $-$

x aequ. $1+1-1-1$ erit y aequ. -2 et z aequ. 0 et ω aeq. 1

Omnis numerus divisibilis per aliquem divisorem exponentis sui gradus $x.\ y.\ z$ per se stantes (quacunque potentia) faciunt $1.\ 2.\ 3.$ in alia ducta si stent quadratice faciunt duplum sui numeri, si cubice triplum. Excepto casu quo duo aèque in se invicem ducta quadratice quo casu faciunt duplum ejus (ut $9xxyy$ quia $3yx$) si cubice triplum [.] de reliquo et

3.3 Finanz- und Versicherungsmathematik



Berechnung des Barwertes

- x Barwert, p geliehene Summe, a Zahl der Jahre,
- v = $\frac{100}{i}$, i gesetzlicher Zinssatz:
- x = p $\left(\frac{v}{v+1}\right)^{a}$, x<p, p-x interusurium

- Rückzahlung von Schulden
- Teilzahlungen bei Auktionen
- Versicherungen - Pensionen

Kauf einer Leibrente

- Eine gewisse sichere und mathematische Schätzung der Wahrscheinlichkeit (certa quaedam et mathematica probabilitatis aestimatio)

  x Kaufpreis, p gewünschter Rentenbetrag

$$x = \left(1 - \left(\frac{v}{v+1}\right)^a\right) vp$$

a Laufzeit in Jahren, v= $\frac{100}{i}$, i gesetzl., jährl. Zinssatz

Leibnizens Versicherungstheorie

- 1. Eine einfache und originelle Modellierung der Lebenserwartung von Individuen und Gesellschaften
- 2. Grundlage einer strengen Sterblichkeitsanalyse mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitstheorie

Leibnizens mathematisches Modell der Sterblichkeit

- 1. Alle Menschen sind gleich lebenstauglich.
- 2. Jedes Alter ist gleich todesanfällig.
- 3. Die Grenze des menschlichen Lebens sind 80 (70, 81) Jahre.

Zwei Definitionen

- 1. Die Lebensdauer einer Gesellschaft ist die obere Grenze der individuellen Lebensdauern ihrer Mitglieder: eine Gesellschaft überlebt bis zum Tod ihres letzten Mitgliedes.
- 2. Die wahrscheinliche Lebensdauer einer Gesellschaft von n beliebigen Personen ist das arithmetische Mittel der Lebensdauern von n-tupeln.

Beispiel

- 1. Sei a (75) dasselbe Alter einer Gruppe von n (6) Personen.
- 2. Alle n Personen haben verschiedene Lebenserwartungen.
- 3. Sei t=80 Jahre die maximale Lebenserwartung.
- 4. Vier Schritte:
- 4.1. Kombinationen (Gesellschaften)
- 4.2. Lebenserwartungen der Gesellschaften
- 4.3. Die Gesamtzahl der Lebenserwartungen
- 4.4. Wahrscheinliche Lebenserwartung

Leibniz 2000, Nr. II, 14 (S. 508)

Sextum exemplum Uniones A B C D E F Unio indefinita $\frac{0+1+2+3+4+5}{6}$

0 1 2 3 4 5 seu $\frac{15}{6}\Big|\frac{5}{2}$

Biniones AB AC AD AE AF Binio indefinita $\frac{1\cdot 1+2\cdot 2+3\cdot 3+4\cdot 4+5\cdot 5}{15}$

BC BD BE BF seu $\frac{55}{15}\Big|\frac{11}{3}$

CD CE CF

DE DF

EF

Terniones ABC ABD ABE ABF Ternio indefinita $\frac{1\cdot 2+3\cdot 3+6\cdot 4+10\cdot 5}{20}$

ACD ACE ACF seu $\frac{85}{20}\Big|\frac{17}{4}$

ADE ADF

AEF

BCD BCE BCF

BDE BDF

BEF

CDE CDF

CEF

DEF

4. Erfindung der ersten 4-Spezies-Rechenmaschine, Dyadik

Leibniz an Herzog Johann Friedrich in Hannover 1671 (II,1,160)

- In Mathematicis und Mechanicis habe ich vermittels artis combinatoriae einige Dinge gefunden die in praxi vitae von nicht geringer importanz zu achten, und erstlich in Arithmeticis eine Maschine, so ich eine Lebendige Rechenbanck nenne, dieweil dadurch zu wege gebracht wird, daß alle Zahlen sich selbst rechnen, addiren subtrahiren multipliciren dividieren.

Leibniz über Rechenmaschinen

- Es ist unwürdig, die Zeit bedeutender Menschen mit der Sklaverei von Rechenarbeit zu verschwenden, weil auch die einfachste Person zuverlässig das Ergebnis mit Hilfe einer solchen Maschine niederschreiben kann.

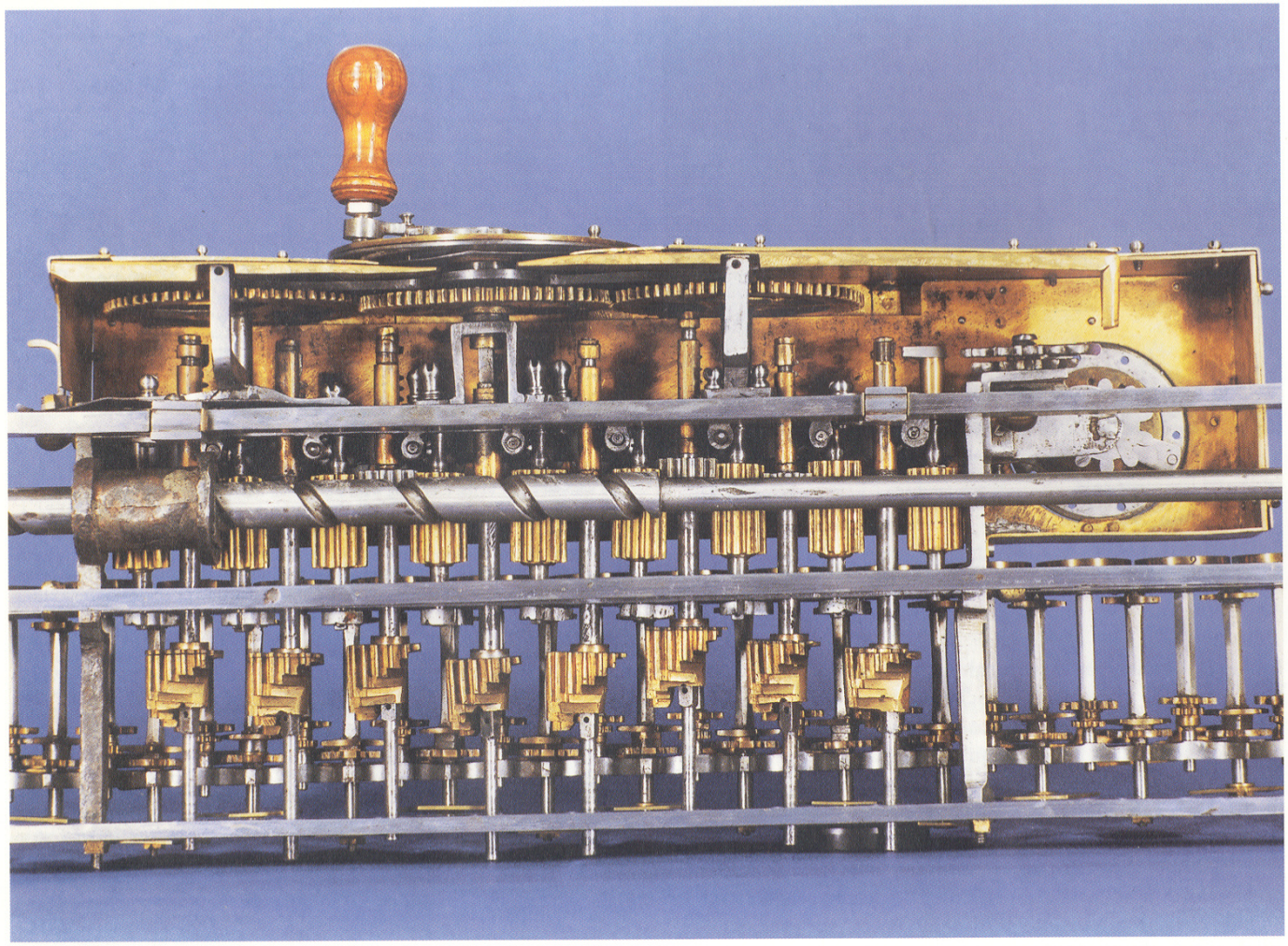
Drei Mechanismen

- Eingabewerk: Operation der Eingabe einer Zahl
- Resultatwerk: Operation der Rechnungsausführung (Antreiben der Zählräder)
- Betrag-Schaltwerk (Übertragungswerk): zwischen diesen beiden Werken

Betrag-Schaltwerk

- Völlig neues Maschinenelement:
- Getrieberad, dessen effektive Anzahl von Zähnen zwischen 0 und 9 variiert werden konnte
- 1. Sogenanntes Sprossenrad: die Zähne werden in einer Ebene am Radumfang herausgeschoben
- 2. Sogenannte Staffelwalze: Zylinder, der auf einem Teil seines Umfangs 9 Zahnrippen mit verschieden gestaffelter Länge trägt

Staffelwalzen, Zugspindel zur Verschiebung des Schlittens



Dyadik als Symbol der Schöpfung

Epilog

- Leibnizens Lebensmaxime (Oktober 1673)

- Malo enim bis agere idem, quam semel nihil.