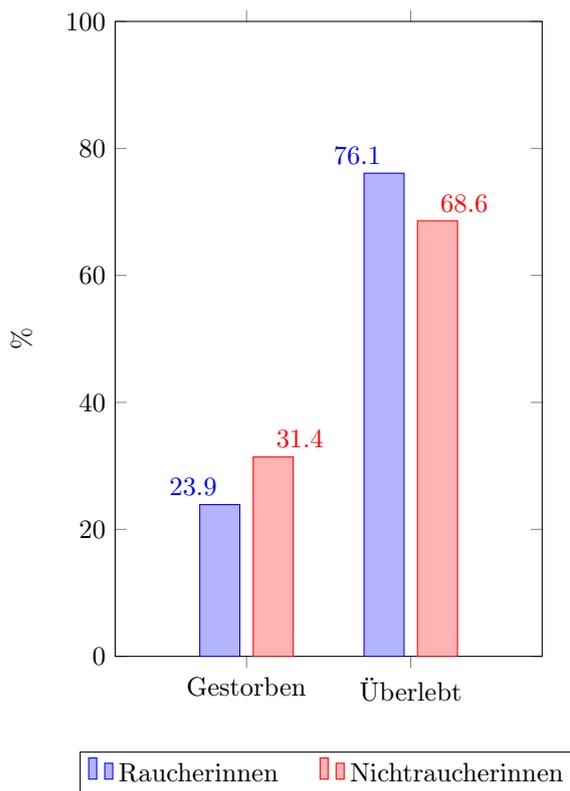


Kuriositäten aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung

Franziska Flegel

Girls' Day am 28. April 2016

1 Simpson-Paradox: Leben Raucherinnen gesünder?



| Raucher? | Gestorben | Überlebt | Ges. |
|----------|-------------|-------------|------|
| ja | 139 (23,9%) | 443 (76,1%) | 582 |
| nein | 230 (31,4%) | 502 (68,6%) | 732 |

Tabelle:

Ergebnisse einer Studie^a über Todesfälle von 1314 Frauen über einen Zeitraum von 20 Jahren.

Abbildung:

Grafische Übersicht der Anteile an verstorbenen und überlebenden Frauen aufgeschlüsselt nach Raucherstatus.

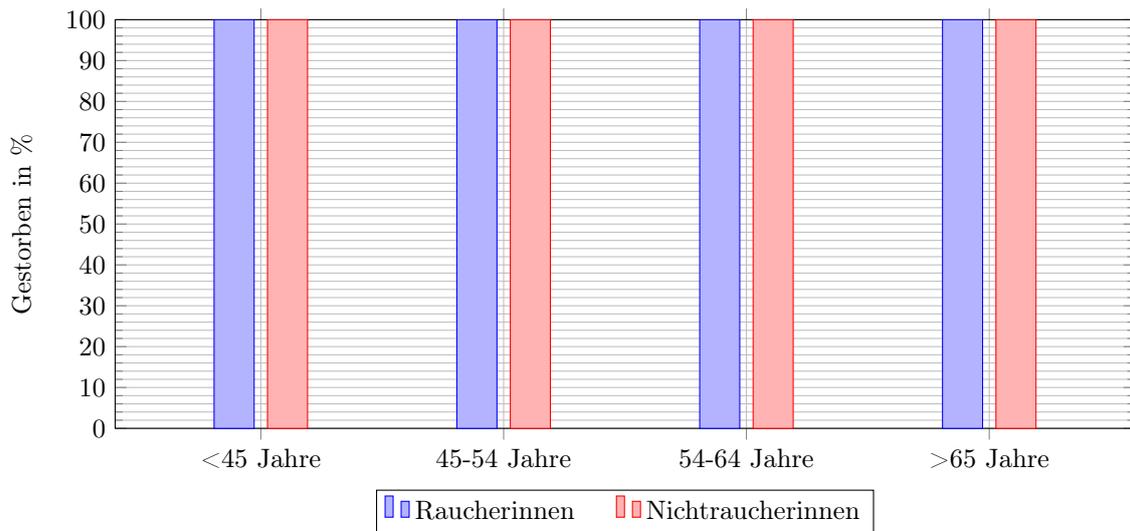
^aD.R. Appleton, J.M. French, M.P.J. Vanderpump: Ignoring a covariate: an example of Simpson's paradox. *The American Statistician* 1996; 50: 340-341.
Gefunden auf: portal.uni-freiburg.de/imbi/lehre/lehrbuecher/methklinstud/kap1

Auflösung (Notizen zur Rückseite):

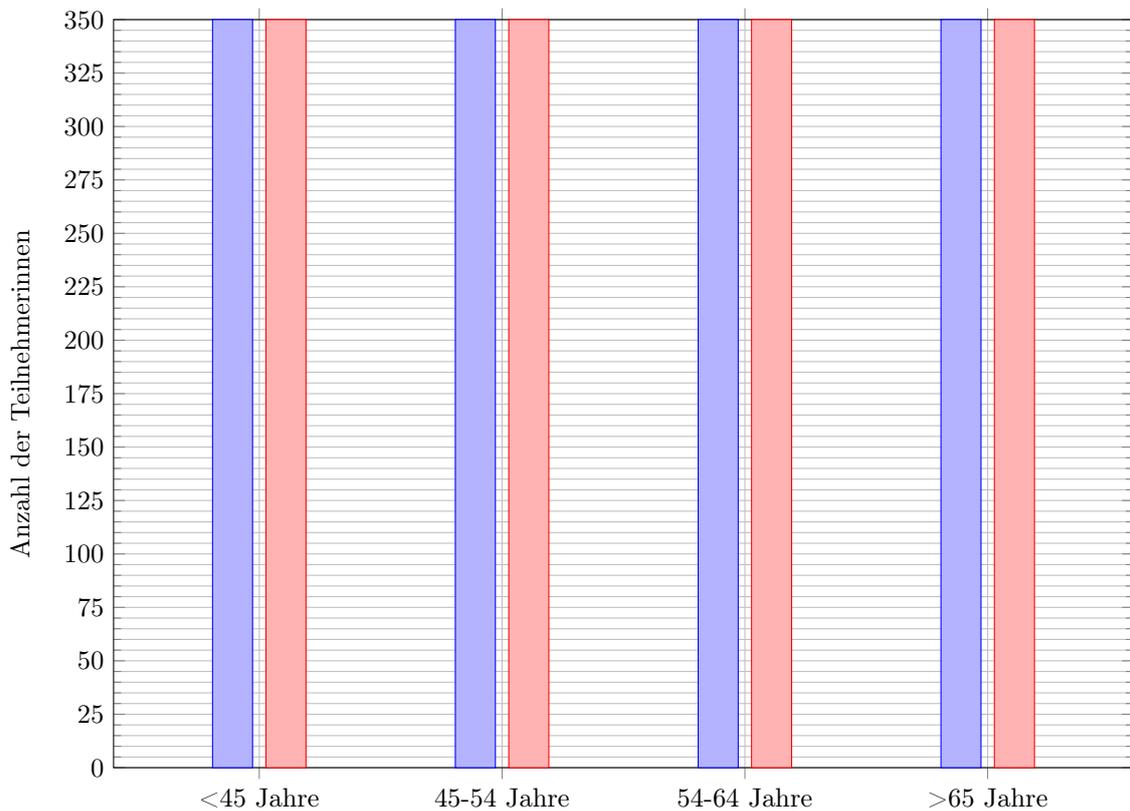
Aufschlüsselung nach Alter (Quelle siehe Seite 1):

| Raucher? | < 45 Jahre | | 45-54 Jahre | | 55-64 Jahre | | > 65 Jahre | |
|----------|------------|--------|-------------|--------|-------------|--------|------------|--------|
| | † | Gesamt | † | Gesamt | † | Gesamt | † | Gesamt |
| ja | 19 | 288 | 27 | 130 | 51 | 115 | 42 | 49 |
| nein | 13 | 340 | 12 | 78 | 40 | 121 | 165 | 193 |

Rechne die Anteile in Prozent aus und markiere die entsprechenden Werte im Balkendiagramm.



Markiere die Anzahl der Teilnehmerinnen im Balkendiagramm.



2 Klinische Diagnosen interpretieren

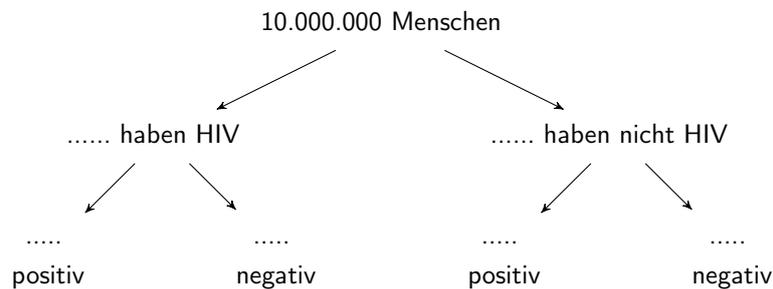
2.1 HIV

Stell dir vor, du bist Ärztin und bietest deinen Patienten einen HIV-Test an. Über HIV und den Test weißt du u.a. Folgendes¹:

1. Im Mittel hat einer von 10.000 Menschen HIV.
2. Wenn ein Mensch HIV hat, beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass das Testergebnis positiv ist, 99,9 Prozent (Sensitivität).
3. Wenn ein Mensch keinen HIV hat, beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass das Testergebnis dennoch positiv ist, 0,01 Prozent (Falsch-Positiv-Rate).

Falls dieser HIV-Tests positiv ausfällt, was ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Patient tatsächlich HIV hat?

Überlege dir dies, indem du in das Baumdiagramm einträgst, was die oben genannten Informationen im Mittel über 10 Mio. Menschen aussagen:



Antwort:

¹Aus:

<http://www.spiegel.de/gesundheit/diagnose/viele-aerzte-verstehen-statistiken-zu-diagnosen-nicht-a-844210.html>

2.2 Brustkrebs

Stell dir wiederum vor, du bist Ärztin und bietest deinen Patientinnen diesmal einen Test zur Brustkrebs-Erkennung (Mammografie-Screening) an. Du weißt²:

1. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Frau Brustkrebs hat, beträgt 1 Prozent (Prävalenz).
2. Wenn eine Frau Brustkrebs hat, beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass das Testergebnis positiv ist, 90 Prozent (Sensitivität).
3. Wenn die Frau keinen Brustkrebs hat, beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass das Testergebnis dennoch positiv ist, 9 Prozent (Falsch-Positiv-Rate).

Falls der Test bei einer Patientin positiv ist, was ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie Brustkrebs hat?

Überlege dir dies wieder, indem du ein Baumdiagramm für 1000 Frauen erstellst:

Antwort:

²Kopiert aus <http://www.spektrum.de/pdf/gug-09-10-s034-pdf/1006101?file>

3 Das Ziegenproblem

Stell dir vor, du bist in einer Spielshow, in der man ein Auto gewinnen kann, wenn man von drei Türen diejenige auswählt, hinter der das Auto verborgen ist. Hinter den beiden anderen Türen ist jeweils eine Ziege. Niemand außer dem Showmaster weiß, welche Tür die richtige ist. Deshalb wählst du zufällig eine aus.

Nachdem du deine Wahl getroffen hast, öffnet der Showmaster eine der beiden übrigen Türen. Die Spielregeln sagen, dass er allerdings nicht die Tür mit dem Auto öffnen darf. Nachdem er die Tür geöffnet hat, fragt er dich, ob du deine Entscheidung noch einmal revidieren und lieber auf die andere noch geschlossene Tür wetten möchtest.

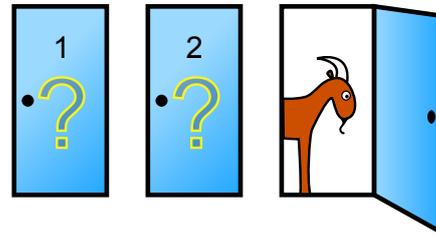


Abbildung:^a Leider die Ziege erwischt.

^aQuelle: Cepheus [Public domain],
via Wikimedia Commons,
Monty_open_door.svg

Was solltest du tun? Wie hoch sind jeweils deine Gewinnchancen?

Nimm dazu an, dass der Showmaster nach deiner ersten Wahl *immer* eine andere Tür öffnet und, falls du zuerst auf das Auto getippt hast, er aus den beiden übrigen Türen zufällig eine zum Öffnen auswählt.

Tipp: Versuche es mit einem Baumdiagramm.

Unter dem Stichwort „Ziegenproblem“ findet man übrigens bei Wikipedia einen sehr ausführlichen Artikel, der auch etwas zur Geschichte dieses Problems erzählt.

4 Ein Rätsel für die logischen Piraten

Du hast bei den logischen Piraten angeheuert, aber leider wirst du und eine andere Kameradin schon bei deiner ersten Fahrt gefangen genommen. Nun sitzt ihr getrennt in einem Verlies und könnt nicht kommunizieren. Nach einiger Zeit kommt der Wärter zu dir und sagt: „Entscheide dich, ob du heute Nacht versuchst, auszubrechen oder nicht. Das habe ich auch zu deiner Kameradin gesagt. Wenn nur eine von euch beiden versucht auszubrechen, lasse ich sie laufen. Wenn ihr es aber beide versucht, werde ich Alarm schlagen.“

Du weißt, dass ihr keine Chance habt, wenn der Wärter Alarm schlägt.

Was wirst du tun?