

Wintersemester 2007/08

Seminar

Ausgewählte Themen der Variationsrechnung

Prof. Alexander Mielke

**Inhalt des Seminars:**

Vertiefung der Vorlesung *Variationsrechnung* (Knees/Mielke, SoSe 2007):

- Genauere Analyse der Begriffe Rang-1-, Quasi-, Polykonvexität
- Minimierung von Funktionalen ohne Quasikonvexität mittels Youngscher Maße
- Verallgemeinerte Euler-Lagrangesche Gleichungen in der Elastizitätstheorie
- Relaxierung und Gamma-Konvergenz

**Voraussetzungen:** Analysis, Lineare Algebra, Höhere Analysis I (Funktionalanalysis). Die Vorlesung “Variationsrechnung” ist empfehlenswert, aber auch ohne diese ist eine Teilnahme bei entsprechendem Einsatz und Wahl des Themas möglich.

**Vortragstermine** werden blockweise an zwei oder drei Vormittagen von jeweils 9:00 bis 13:30 Uhr stattfinden (bitte bis 15:00 Uhr als Reserve freihalten):

*Freitag 7. Dezember 2007, Freitag 14. Dezember 2007, Freitag 11. Januar 2008.*

**Vorträge**

1. **Marita Thomas: Rang-Eins- und Polykonvexität isotroper Energiedichten**  
[Bal77], [SiS83], [Šil99], [Bal02], [Mie05].
2. **Christian Hinze: Young-Maße** (Einführung, Funktionalanalysis, erste Beispiele)  
[Bal89], [Ped97, Ch. 1.2+2.1-4+6+7], [Mül99, Sect. 3]
3. **Filip Rindler: Gradienten-Young-Maße und Laminare**  
[Ped97, Ch. 8+9], [KiP94], [Mül99, Sect. 4.1-3], [Šve92]
4. **Matthias Liero:  $\Gamma$ -Konvergenz I: Einführung und Homogenisierung**  
[Bra02, Int., Ch. 1+2+3]
5. **Lars Sadau:  $\Gamma$ -Konvergenz II: Diskret zu kontinuierlich**  
[Bra02, Int., Ch. 4]
6. **N. N. : Relaxierung (Anwendung Youngscher Maße,  $\Gamma$ -Konvergenz)**  
[Ped97, Ch. 4], [Dac89, Ch. 5], [Mül99, Sect. 4.2+4.8]

Mögliche weitere Themen:

1. **Verallgemeinerte Euler-Lagrange-Gleichungen:** innere Variationen, Gleichgewicht der Konfigurationskräfte, äußere Variationen, Kräftegleichgewicht im deformierten Zustand [Bal02, Sect. 2.4], [BPO91, Cia88]
2.  **$\Gamma$ -Konvergenz III: Mehrdimensionale Homogenisierung** [Bra02, Int., Ch. 3+9]
3.  **$\Gamma$ -Konvergenz IV: Phasenübergänge** [Bra02, Int., Ch. 6+15]

## Bemerkungen zum Vortrag:

- Siehe auch <http://www.wias-berlin.de/people/mielke/teaching.html> “Vortragstips” (zwei PDF-Dateien).
- Redezeit 60 Minuten (vorher Probevortrag an der Tafel machen)
- Mindestens zwei Vorbesprechungen mit Herrn Mielke: (1) nach Sichtung der Materialien und Einlesen ins Thema und (2) nach Fertigstellung der Konzeption des Vortrags und des geplanten Tafelanschriebs
- Die angegebene Literatur ist ein EINSTIEG. Bitte selbständig weitere Literatur recherchieren!!!
- Wichtig: Interaktion mit anderen Vortragenden
- Ein Vortrag ist KEINE Vorlesung: Es sollen Ideen vermittelt werden: (a) Umfeld und grobe Fragestellungen (b) Einbindung in das Gesamtkonzept des Seminars (c) **eine zentrale Idee** herausgreifen und Teile davon beweisen, so dass wesentliche mathematische Ideen klar werden
- Ein Vortrag hat in der Regel **eine Botschaft** (neudeutsch: “take-home message”)
- Seminararbeit in L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X sollte mindestens 5 aber höchsten 10 Seiten umfassen.

## Teilnehmer:

Christian Hinze: [christianhinze@web.de](mailto:christianhinze@web.de)

Matthias Liero: [mliero@gmx.de](mailto:mliero@gmx.de)

Alexander Mielke: [mielke@wias-berlin.de](mailto:mielke@wias-berlin.de) Tel: WIAS 20372-563, HUB 2093-5431

Filip Rindler: [rindler@math.tu-berlin.de](mailto:rindler@math.tu-berlin.de)

Lars Sadau: [sadaula@mathematik.hu-berlin.de](mailto:sadaula@mathematik.hu-berlin.de)

Marita Thomas: [thomas@mathematik.hu-berlin.de](mailto:thomas@mathematik.hu-berlin.de)

als Gäste

Andreas Bumb: [andreasbumb@web.de](mailto:andreasbumb@web.de)

Sebastian Heinz: [sheinz@mathematik.hu-berlin.de](mailto:sheinz@mathematik.hu-berlin.de)

Thomas Surowiec: [surowiec@mathematik.hu-berlin.de](mailto:surowiec@mathematik.hu-berlin.de)

# Literatur

- [Bal77] J. BALL. Constitutive inequalities and existence theorems in nonlinear elastostatics. In *Nonlinear Analysis and Mechanics: Heriot-Watt Symposium (Edinburgh, 1976)*, Vol. I, pages 187–241. Res. Notes in Math., No. 17. Pitman, London, 1977.
- [Bal89] J. M. BALL. A version of the fundamental theorem for Young measures. In *PDEs and continuum models of phase transitions (Nice, 1988)*, pages 207–215. Springer, Berlin, 1989.
- [Bal02] J. M. BALL. Some open problems in elasticity. In P. Newton, P. Holmes, and A. Weinstein, editors, *Geometry, Mechanics, and Dynamics*, pages 3–59. Springer, New York, 2002.
- [BPO91] P. BAUMAN, D. PHILLIPS, and N. C. OWEN. Maximal smoothness of solutions to certain Euler-Lagrange equations from nonlinear elasticity. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A*, 119(3-4), 241–263, 1991.
- [Bra02] A. BRAIDES.  $\Gamma$ -convergence for beginners, volume 22 of *Oxford Lect. Series Math. Appl.* Oxford University Press, 2002.
- [Cia88] P. G. CIARLET. *Mathematical Elasticity. Vol. I: Three-Dimensional Elasticity*. North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1988.
- [Dac89] B. DACOROGNA. *Direct Methods in the Calculus of Variations*. Springer-Verlag, Berlin, 1989.
- [KiP94] D. KINDERLEHRER and P. PEDREGAL. Gradient Young measures generated by sequences in Sobolev spaces. *J. Geom. Anal.*, 4, 59–90, 1994.
- [Mie05] A. MIELKE. Necessary and sufficient conditions for polyconvexity of isotropic functions. *J. Convex Analysis*, 12, 291–314, 2005.
- [Mül99] S. MÜLLER. Variational models for microstructure and phase transitions. In *Calculus of Variations and Geometric Evolution Problems (Cetraro, 1996)*, pages 85–210. Springer, Berlin, 1999.
- [Ped97] P. PEDREGAL. *Parametrized measures and variational principles*. Birkhäuser Verlag, Basel, 1997.
- [Rou97] T. ROUBÍČEK. *Relaxation in Optimization Theory and Variational Calculus*. Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1997.
- [Šil99] M. ŠILHAVÝ. Convexity conditions for rotationally invariant functions in two dimensions. In *Applied Nonlinear Analysis*, pages 513–530. Kluwer/Plenum, New York, 1999.
- [SiS83] H. C. SIMPSON and S. J. SPECTOR. On copositive matrices and strong ellipticity for isotropic elastic materials. *Arch. Rational Mech. Anal.*, 84, 55–68, 1983.
- [Šve92] V. ŠVERÁK. Rank-one convexity does not imply quasiconvexity. *Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A*, 120(1-2), 185–189, 1992.