FR 6.1 – Mathematik
Institut für Angewandte Mathematik
Prof. Dr. V. John

Saarbrücken, 06.12.2006

Übungsaufgaben zur Vorlesung
Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen

Serie 08

abzugeben vor der Vorlesung am 15.12.2006

Es werden nur Lösungen bewertet, deren Lösungsweg klar erkennbar ist. Alle Aussagen sind zu begründen. Aus der Vorlesung bekannte Sachverhalte können vorausgesetzt werden.

1. Aufgabe:
   Man beweise den Eindeutigkeitsteil des Satzes von Lax–Milgram.

2. Aufgabe:
   Man zeige, dass für die Fundamentallösung $\Phi(\mathbf{x}) \in W^{1,1}_{\text{loc}}(\mathbb{R}^d), d \geq 2$, gilt.

3. Man bestimme die Greensche Funktion $G(x, y)$ für das Dirichlet–Problem zur Poisson–Gleichung im Intervall $[0, l]$. Sei $x_0 \in (0, l)$ ein beliebiger Punkt. Die definierenden Eigenschaften dieser Greenschen Funktion sind sind:

   - $$\frac{d^2G(x_0, y)}{dy^2}(x) = 0 \quad \forall\, x \in [0, l], x \neq x_0,$$
   - $G(0) = G(l) = 0$,
   - $G(x, y)$ ist in x_0 stetig und die zweite Ableitung von $G(x, y) + |x - x_0|/2$ verschwindet in x_0.